جامعة قسنطينة السنة الجامعية 2007/2006

# الإمتحان الأول في الميكانيك

**- التمرين 01 : ( نظري : 05 نقاط )**

1- باستعمال العلاقة بين المعلم المطلق و المعلم النسبي ، برهن العلاقة بين السرعة المطلقة و السرعة النسبية، مع تحديد عبارة كل حد من هذه العلاقة

2- أكتب بدون برهان العلاقة بين التسارع المطلق و التسارع النسبي ، حدد عبارة كل حد في العلاقة

3- أعط عبارة العمل المكانيكي المنجز من طرف قوة $\vec{F}$ ، ثم برهن علاقة نظرية الطاقة الحركية.

**- التمرين 02 :( الحركيات : 07.5 نقطة )**

نقطة مادية تتحرك حسب المعادلات الزمنية :

$$\rho = R(1 - \cos 2\omega t) \quad , \quad \theta = \omega t$$

1- عين معادلة المسار و أرسمه في المجال : $0 \leq \theta \leq 2\pi$

2- أحسب المركبات القطبية لشعاع السرعة ، ثم استنتج طويلته.

3- أحسب المركبات القطبية لشعاع التسارع ، و استخرج طويلته.

4- أحسب المركبات المماسية و الناظمية لشعاع التسارع.

5- أحسب نصف قطر الإنحناء بدلالة الزمن.

6- مثل شعاعي السرعة و التسارع عند النقطتين $\theta_1 = \pi/2$ و $\theta_2 = 5\pi/4$ .

**- التمرين 03 :( التحريك : 07.5 نقطة )**

يقذف جسم نحو الأعلى على مستوي أملس زاوية ميله $\alpha = 30°$ ، بسرعة إبتدائية $\vec{V_0}$ .

1- أكتب العلاقة الأساسية للتحريك ، ثم استخرج عبارة التسارع.

2- أوجد قيمة السرعة عند النقطة $M_0$ : ( $OM_0 = d$ )

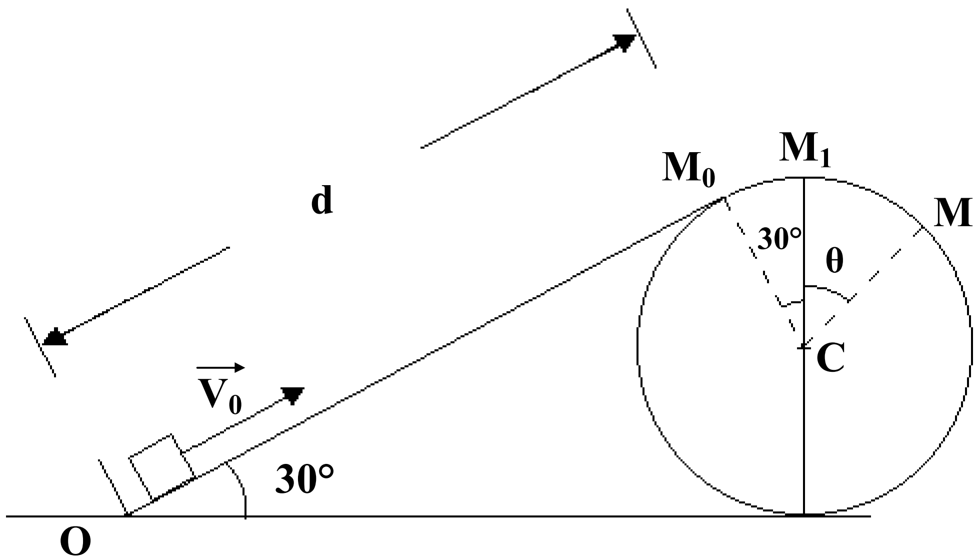
3- عند هذه النقطة ينزلق الجسم على سطح دائري أملس نصف قطره $R$ و مركزه $C$

أ- أكتب العلاقة الأساسية للتحريك عند النقطة $M(\theta)$

ب- أستخرج عبارة السرعة عند النقطة $M(\theta)$

ج- ما هي قيمة $\vec{V_0}$ التي تجعل الجسم يتوقف عند النقطة $M_1(\theta = 30°)$

د - في حالة $\vec{V_0}$ أكبر من القيمة المحددة في ( ج ) أوجد الزاوية $\theta_f$ التي يفارق بها الجسم هذا السطح ، ناقش بدلالة السرعة الإبتدائية أكبر زاوية $\theta_f$ ممكنة



# حل إمتحان الميكانيك

## - التمرين (01) : نظري : 05 نقاط )

1)- العلاقة بين شعاعي الموضع :

0,25 $$\boxed{\vec{OM} = \vec{OO'} + \vec{O'M}}$$

0,25
$$\begin{cases} \vec{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} \\ \vec{O'M} = x'\vec{i'} + y'\vec{j'} + z'\vec{k'} \end{cases}$$

السرعة المطلقة :

0,25 $$\boxed{\vec{V_a} = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} + \frac{dz}{dt}\vec{k}}$$

السرعة النسبية :

0,25 $$\boxed{\vec{V_r} = \frac{dx'}{dt}\vec{i'} + \frac{dy'}{dt}\vec{j'} + \frac{dz'}{dt}\vec{k'}}$$

نجد أن :

0,5 $$\boxed{\vec{V_a} = \vec{V_r} + \vec{V_e}}$$

حيث :

0,5 $$\boxed{\vec{V_e} = \frac{d\vec{OO'}}{dt} + x'\frac{d\vec{i'}}{dt} + y'\frac{d\vec{j'}}{dt} + z'\frac{d\vec{k'}}{dt}}$$

2)- لدينا :

0,5 $$\boxed{\vec{\gamma_a} = \vec{\gamma_r} + \vec{\gamma_e} + \vec{\gamma_c}}$$

حيث :

0,25 * $$\vec{\gamma_a} = \frac{d^2x}{dt^2}\vec{i} + \frac{d^2y}{dt^2}\vec{j} + \frac{d^2z}{dt^2}\vec{k}$$

0,25 * $$\vec{\gamma_r} = \frac{d^2x'}{dt^2}\vec{i'} + \frac{d^2y'}{dt^2}\vec{j'} + \frac{d^2z'}{dt^2}\vec{k'}.$$

0,25 * $$\vec{\gamma_e} = \frac{d^2\vec{OO'}}{dt^2} + x'\frac{d^2\vec{i'}}{dt^2} + y'\frac{d^2\vec{j'}}{dt^2} + z'\frac{d^2\vec{k'}}{dt^2}$$

0,25 * $$\vec{\gamma_c} = 2\left[\frac{dx'}{dt}\cdot\frac{d\vec{i'}}{dt} + \frac{dy'}{dt}\cdot\frac{d\vec{j'}}{dt} + \frac{dz'}{dt}\cdot\frac{d\vec{k'}}{dt}\right]$$

3- العمل الميكانيكي العنصري : $\boxed{dW = \vec{F} \cdot d\vec{l}}$ 0,25

والكلي : $W_{1\to 2} = \int_1^2 \vec{F} \cdot d\vec{l}$

نكتب : $\boxed{\begin{array}{l} \vec{F} = m\vec{\gamma} = m\dfrac{d\vec{v}}{dt} \\ d\vec{l} = \vec{v} \cdot dt \end{array}}$ 0,25 ثم نعوض

و

$$dW = m\frac{d\vec{v}}{dt} \cdot \vec{v} \cdot dt = m\,\vec{v} \cdot d\vec{v}$$

بالتكامل نجد : $\boxed{W_{1\to 2} = \int_1^2 m\,\vec{v} \cdot d\vec{v} = \frac{1}{2} m\vec{v}^2 \Big]_1^2}$ 0,5

مع $E_c = \frac{1}{2} m\vec{v}^2$ ومنه

$\boxed{W_{1\to 2} = E_{c_2} - E_{c_1}}$ 0,5

---

- التمرين (02) : الحركيات : 07,5 نقطة )

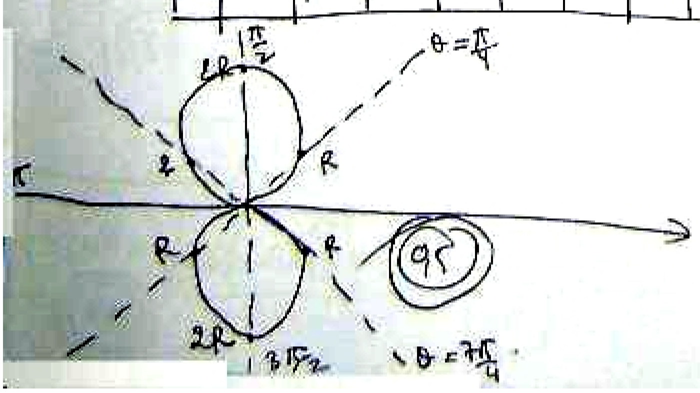
$\rho = R(1 - \cos 2\omega t)$ ، $\theta = \omega t$

1)- معادلة المسار : $\boxed{\rho = R(1 - \cos 2\theta)}$ 0,5

نكتب الجدول :

| $\theta$ | $0$ | $\frac{\pi}{8}$ | $\frac{\pi}{6}$ | $\pi/4$ | $\frac{\pi}{2}$ | $3\frac{\pi}{4}$ | $\pi$ | $3\frac{\pi}{2}$ | $\frac{7\pi}{4}$ | $2\pi$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\rho$ | $0$ | $0{,}293R$ | $0{,}25R$ | $R$ | $2R$ | $R$ | $0$ | $2R$ | $R$ | $0$ |

0,5



2)- حساب مركبات السرعة :

$$\boxed{\vec{V} = \dot{\rho}\,\vec{u}_\rho + \rho\dot{\theta}\,\vec{u}_\theta}$$ 0,5

$$\dot{\rho} = 2\omega R \sin 2\omega t \quad , \quad \dot{\theta} = \omega = ct$$

$$\boxed{\vec{V} = \omega R \left[ 2\sin 2\omega t \cdot \vec{u}_\rho + (1 - \cos 2\omega t)\vec{u}_\theta \right]}$$ 0,5

و

$$\boxed{\|\vec{V}\| = \omega R \sqrt{5 - 3\cos^2 2\omega t - 2\cos 2\omega t}}$$ 0,5

3)- حساب مركبات التسارع :

$$\boxed{\vec{\gamma} = (\ddot{\rho} - \rho\dot{\theta}^2)\vec{u}_\rho + (\rho\ddot{\theta} + 2\dot{\rho}\dot{\theta})\vec{u}_\theta}$$ 0,5

$$\ddot{\rho} = 4\omega^2 R \cos 2\omega t \quad , \quad \dot{\rho} = 2\omega R \sin 2\omega t \quad , \quad \dot{\theta} = \omega \quad , \quad \ddot{\theta} = 0$$

$$\vec{\gamma} = \left[ 4\omega^2 R \cos 2\omega t - \omega^2 R (1 - \cos 2\omega t) \right] \vec{u}_\rho + \left[ 4\omega^2 R \sin 2\omega t \right] \vec{u}_\theta$$

$$\vec{\gamma} = \left[ 5\omega^2 R \cos 2\omega t - \omega^2 R \right] \vec{u}_\rho + \left[ 4\omega^2 R \sin 2\omega t \right] \vec{u}_\theta$$

$$\boxed{\vec{\gamma} = \omega^2 R \left[ (5\cos 2\omega t - 1)\vec{u}_\rho + (4\sin 2\omega t)\vec{u}_\theta \right]}$$ 0,5

و

$$\boxed{\|\vec{\gamma}\| = \omega^2 R \sqrt{9\cos^2 2\omega t - 10\cos 2\omega t + 17}}$$ 0,5

4)- حساب المركبات المماسية والناظمية للتسارع :

$$\vec{\gamma} = \vec{\gamma}_T + \vec{\gamma}_N \quad , \quad \boxed{\|\vec{\gamma}_T\| = \frac{d\|\vec{V}\|}{dt}} \ (0,25) \quad , \quad \boxed{\|\vec{\gamma}_N\| = \sqrt{\|\vec{\gamma}\|^2 - \|\vec{\gamma}_T\|^2}} \ (0,25)$$

- حساب $\|\vec{\gamma}_T\|$ :

$$\|\vec{\gamma}_T\| = \frac{d\|\vec{V}\|}{dt}$$

$$= \omega R \frac{+6\omega \cos 2\omega t . \sin 2\omega t + 2\omega \sin 2\omega t}{\sqrt{5 - 3\cos^2 2\omega t - 2\cos 2\omega t}}$$

$$\boxed{\|\vec{\gamma}_T\| = \omega^2 R \frac{\sin 2\omega t \left(6\cos 2\omega t + 2\right)}{\sqrt{5 - 3\cos^2 2\omega t - 2\cos 2\omega t}}}$$ 0,25

- حساب $\|\vec{\gamma}_N\|$ :

$$\|\vec{\gamma}_N\| = \sqrt{\|\vec{\gamma}\|^2 - \|\vec{\gamma}_T\|^2}$$

$$\boxed{\|\vec{\gamma}_N\| = \omega^2 R \sqrt{\frac{-27\cos^4 2\omega t + 12\cos^3 2\omega t + 116\cos^2 2\omega t - 16\cos 2\omega t - 85}{5 - 3\cos^2 2\omega t - 2\cos 2\omega t}}}$$ 0,25

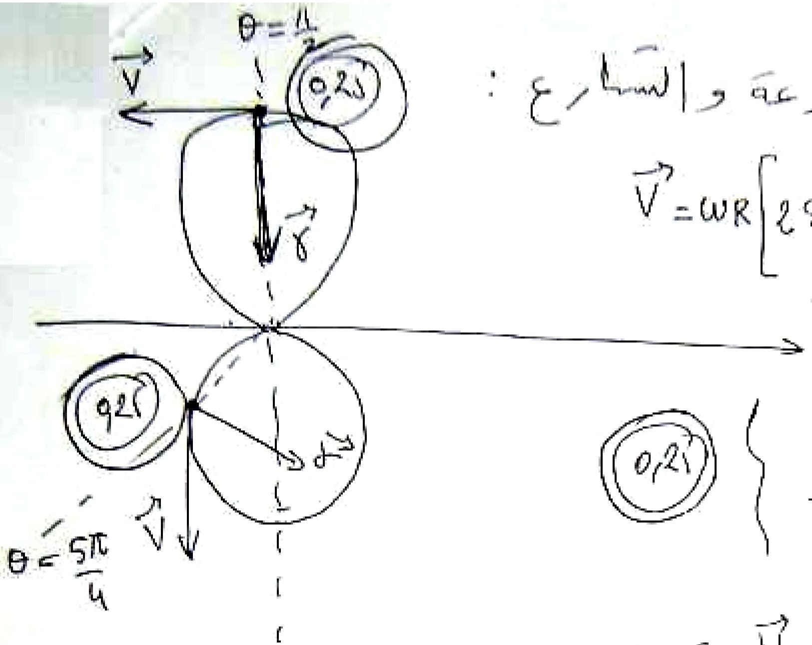
5) حساب نصف قطر الإنحناء :

$$\boxed{r = \frac{\|\vec{V}\|^2}{\|\vec{\gamma}_N\|}}$$ 0,25

$$r = \frac{\omega^2 R^2 \left(5 - 3\cos^2 2\omega t - 2\cos 2\omega t\right)}{\omega^2 R \sqrt{\frac{- - - - -}{5 - 3\cos^2 2\omega t - 2\cos 2\omega t}}}$$

0,75

$$\boxed{r = R \frac{\left(5 - 3\cos^2 2\omega t - 2\cos 2\omega t\right)^{3/2}}{\sqrt{-27\cos^4 2\omega t + 12\cos^3 2\omega t + 116\cos^2 2\omega t - 16\cos 2\omega t - 85}}}$$




6) تمثيل شعاعي السرعة والتسارع :

$$\vec V = \omega R\left[2\sin 2\cdot\tfrac{\pi}{2}\,\vec u_\rho + \left(1-\cos 2\cdot\tfrac{\pi}{2}\right)\vec u_\theta\right] = 2\omega R\,\vec u_\theta$$

0,25

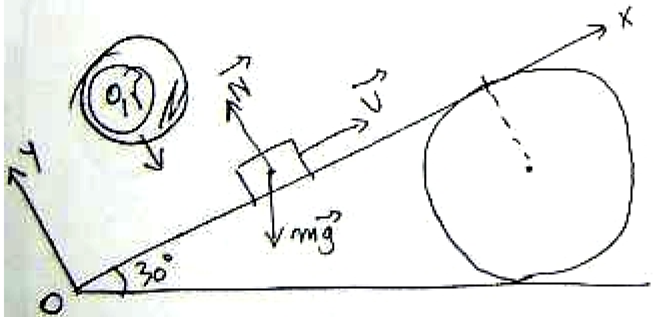
$$\left\{\begin{array}{l} \vec V = 2\omega R\,\vec u_\theta \\ \vec \gamma = -6\omega^2 R\,\vec u_\rho \end{array}\right\}\ \theta = \frac{\pi}{2}$$

0,25

$$\left\{\begin{array}{l} \vec V = \omega R\left[2\vec u_\rho + \vec u_\theta\right] \\ \vec \gamma = \omega^2 R\left[-\vec u_\rho + 4\vec u_\theta\right] \end{array}\right\}\ \theta = \frac{5\pi}{4}$$

---

- التمرين (03): (التحريك : 07.5 نقطة)




1- $\sum \vec F_{ext} = m\vec\gamma$

$$\boxed{\vec N + \vec P = m\vec\gamma}$$

بالإسقاط : على $ox$ :

$$-mg\sin 30 = m\gamma$$

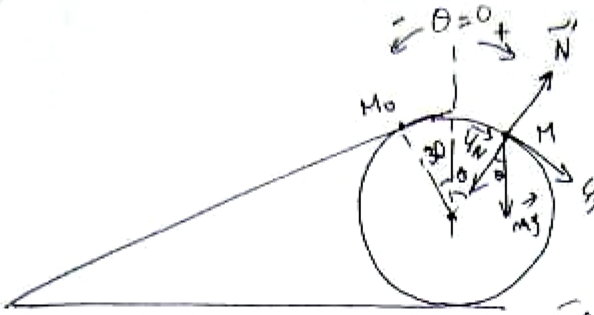
0,5 $\boxed{\gamma = -g\sin 30 = -\frac{g}{2}}$

2- الحركة متغيرة بإنتظام لذلك

$$V^2 - V_0^2 = 2\gamma\cdot(x - x_0)$$

$$V_{M_0}^2 - V_0^2 = 2\left(-\frac{g}{2}\right)(d) \Rightarrow \boxed{V_{M_0} = \sqrt{V_0^2 - g\cdot d}}$$

0,5




3 - أ -

(0,2)

عند النقطة M :

$$\boxed{\vec{N} + m\vec{g} = m\vec{\gamma}}$$

نختار الإحداثيات الذاتية

بالإسقاط :

$\vec{u}_t$ : $\boxed{mg\sin\theta = m\gamma_T}$ ① (0,25) $\gamma_T = \dfrac{dV}{dt}$

$\vec{u}_N$ : $\boxed{mg\cos\theta - N = m\gamma_N}$ ② (0,25) $\gamma_N = \dfrac{V^2}{R}$

ب - من المعادلة ① نجد $mg\sin\theta = m\dfrac{dV}{dt}$.

(0,2)

$\Leftarrow$ $mg\sin\theta = m\dfrac{dV}{d\theta} \times \dfrac{d\theta}{dt}$ , $d\theta = \omega dt = \dfrac{V}{R}dt$

$\Leftarrow$ $\cancel{m}g\sin\theta . d\theta = \cancel{m}\dfrac{V}{R}dV$

بالتكامل : $V dV = R.g\sin\theta\, d\theta$

(0,2) $$\boxed{\frac{1}{2}\left(V^2 - V_{M_0}^2\right) = Rg\left[-\cos\theta\right]_{-30}^{\theta} = Rg\left[-\cos\theta + \cos 30\right]}$$

$$\Leftarrow \boxed{V = \sqrt{V_{M_0}^2 - 2Rg(\cos\theta - \cos 30)}}$$ (0,5)

ج - في هذه الحالة $M_1$ توافق $\theta = 0°$ حسب تعريف المرجع

وتكون $\boxed{V(M_1) = 0}$ $\Leftarrow$ (0,5)

$V_{M_0}^2 - 2Rg(\cos 0 - \cos 30) = 0$ $\Leftarrow$ (0,5) $\boxed{V_{M_0}^2 = 2Rg\left(1 - \dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)}$

و بعد تعويض $V_{M_0}$ ان

$$V_{01}^2 = gd + 2Rg\left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$\Leftarrow \quad \boxed{V_{01} = \sqrt{g\left[d + 2R\left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)\right]}} \quad 0{,}5$$

د- عندما تكون $\boxed{V_0 > V_{01}}$ 0,25 يتجاوز الجسم النقطة $M_1$

ويفارق السطح عندما تصبح $\boxed{N = 0}$ 0,25

من المعادلة (2) :

$$N = mg\cos\theta - m\left[\frac{V_{M_0}^2}{R} - 2g(\cos\theta - \cos 30)\right]$$

$$N = m\left[g\cos\theta - \frac{V_{M_0}^2}{R} + 2g\cos\theta - 2g\cos 30\right]$$

$$0{,}5 \quad \boxed{N = m\left[3g\cos\theta - g\sqrt{3} - \frac{V_0^2 - gd}{R}\right] = 0}$$

$$\Longrightarrow \quad \cos\theta = \frac{\sqrt{3}}{3} + \frac{V_0^2 - gd}{3gR}$$

$$0{,}5 \quad \boxed{\cos\theta = \frac{1}{3gR}.V_0^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{3} - \frac{d}{3R}\right) = \left(\frac{1}{3gR}\right)V_0^2 - \left(\frac{d - \sqrt{3}R}{3R}\right)}$$

أكبر زاوية ممكنة توافقه القيمة الصغرى لـ $\cos\theta$ .

يشترط تحقيق العلاقة : 0,5

$$V_0 > V_{01} = \sqrt{g\left[d + 2R\left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)\right]}$$

# الإمتحان الأول في الميكانيك

**ـ التمرين 01 : ( 05 نقاط )**

1- أكتب عبارة شعاع الموقع المطلق $\overrightarrow{OM}$ بدلالة شعاع الموقع النسبي $\overrightarrow{O'M}$

2- أستنتج عبارة السرعة المطلقة $\vec{V}_a$ بدلالة السرعة النسبية $\vec{V}_r$ .

- بسطها في حالة الحركة الإنسحابية ، و في حالة الحركة الدورانية

3- أكتب عبارة التسارع المطلق $\vec{\gamma}_a$ بدلالة التسارع النسبي $\vec{\gamma}_r$، حدد عبارة كل من التسارع المكتسب و التسارع التكميلي ( كوريوليس )

4- في حالة حركة إنسحابية منتظمة، ما هو صنف هذه المعالم و ماهي خاصيته الأساسية

5- في حالة جسم يتحرك على سطح الكرة الأرضية ، بسط عبارة تسارعي كوريوليس و التكميلي

**ـ التمرين 02 : ( 07.5 نقاط )**

حركة نقطة مادية في الإحداثيات القطبة تكتب :

$\rho = r|\mathrm{Sin}(2\omega t)|$ , $\theta = \omega t$ ، $\omega$ و $r$ ثابتان موجبان

1- شكل جدول تغير $\rho$ و $\theta$ مع الزمن ، ثم أرسم مسار الحركة

2- أحسب المركبات القطبية للسرعة و التسارع ، استنتج المركبات الديكارتية الموافقة.

3- أحسب طويلتي السرعة و التسارع ، ثم المركبتين المماسية و الناظمية للتسارع.

4- أحسب نصف قطر انحناء المسار

5- أحسب طول المسار بين اللحظة الإبتدائية $t = 0$ و اللحظة $t = 3\pi/4\omega$

**ـ التمرين 03 : ( 07.5 نقاط )**

يقذف جسم نحو الأعلى على مستوي أملس زاوية ميله $\alpha = 30°$ ، بسرعة إبتدائية $\overrightarrow{V_0}$ .

1- أكتب العلاقة الأساسية للتحريك ، ثم استخرج عبارة التسارع.

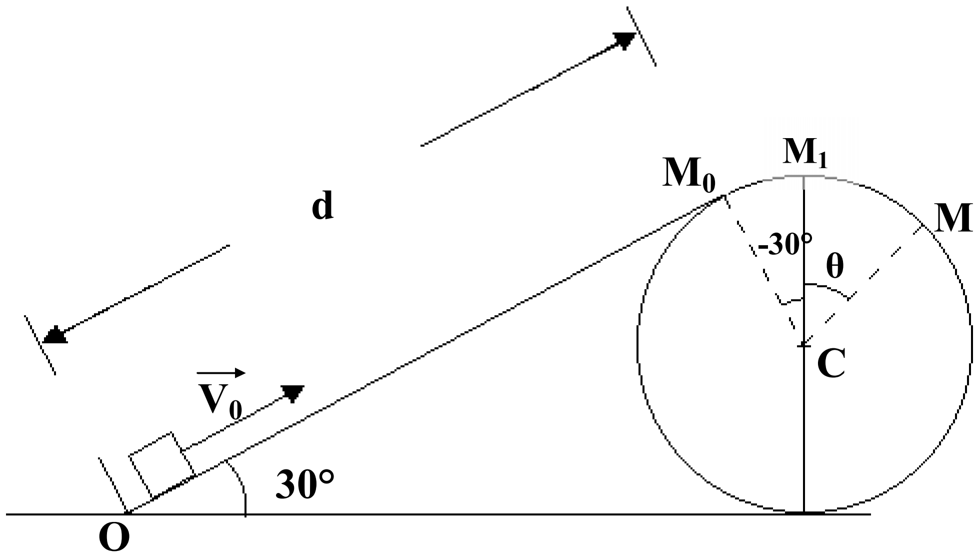
2- أوجد قيمة السرعة عند النقطة $M_0$ : ( $OM_0 = d$ )

3- عند هذه النقطة ينزلق الجسم على سطح دائري أملس نصف قطره $R$ و مركزه $C$

أ- أكتب العلاقة الأساسية للتحريك عند النقطة $M(\theta)$ ثم أستخرج عبارة السرعة

ب- ما هي قيمة $\overrightarrow{V_0}$ التي تجعل الجسم يتوقف عند النقطة $M_1$ ( $\theta = 0°$ )

ج- في حالة $\overrightarrow{V_0}$ أكبر من هذه القيمة ، أوجد الزاوية $\theta_f$ التي يفارق بها الجسم هذا السطح



(٨)

# حل إمتحان الميكانيك

- التمرين 01 :

1)- $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OO'} + \overrightarrow{O'M}$ (0,5)

2)- $$\vec{V_a} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = \frac{d\overrightarrow{OO'}}{dt} + \left[\frac{d\vec{i}}{dt}x + \cdots + \frac{d\vec{k}}{dt}z\right] + \left[\frac{dx}{dt}\vec{i} + \cdots + \frac{dz}{dt}\vec{k}\right]$$

$$\boxed{\vec{V_a} = \frac{d\overrightarrow{OO'}}{dt} + \vec{\omega}\wedge\overrightarrow{O'M} + \vec{V_r} = \vec{V_e} + \vec{V_r}}$$ (0,5)

- الإنسحاب : $\vec{\omega} = \vec{0}$ $\quad \vec{V_a} = \vec{V_r} + \vec{V_T}$ (0,5)

- الدوران : $\overrightarrow{OO'}$ يدور بسرعة $\vec{\omega}$ $\Leftarrow$ $\frac{d\overrightarrow{OO'}}{dt} = \vec{\omega}\wedge\overrightarrow{OO'}$

$$\vec{V_a} = \vec{V_r} + \vec{\omega}\wedge\overrightarrow{OM} = \vec{V_R} + V_r$$ (0,5)

3)- $$\boxed{\vec{\gamma_a} = \vec{\gamma_r} + \vec{\gamma_e} + \vec{\gamma_c}}$$ (0,5)

$$\vec{\gamma_e} = \frac{d^2\overrightarrow{OO'}}{dt^2} + \vec{\omega}\wedge(\vec{\omega}\wedge\overrightarrow{O'M}) + \dot{\vec{\omega}}\wedge\overrightarrow{O'M}$$ (0,25)

$$\vec{\gamma_c} = 2\,\vec{\omega}\wedge\vec{V_r}$$ (0,25)

4)- حالة الإنسحاب المنتظم : $\vec{\omega} = \vec{0}$ ، $\vec{V_e} = \vec{V_T} = \vec{ct}$ $\Leftarrow$ $\boxed{\vec{\gamma_a} = \vec{\gamma_r}}$ (0,5)

التسارع هو نفسه في المعلمين . والصنف هو معلم غاليلي يحفظ قانون نيوتن للحركة . (0,5)

5)- الحركة دورانية منتظمة : $\vec{\omega} = \vec{ct}$ ، $\overrightarrow{OO'}$ يدور حول محور الأرض

، $\dot{\vec{\omega}} = \vec{0}$ (0,25)

$$\frac{d^2\overrightarrow{OO'}}{dt^2} = \vec{\omega}\wedge(\vec{\omega}\wedge\overrightarrow{OO'})$$ (0,25)

ومنه

$$\left.\begin{aligned}\vec{\gamma_e} &= \vec{\omega}\wedge(\vec{\omega}\wedge\overrightarrow{OM}).\\ \vec{\gamma_c} &= 2(\vec{\omega}\wedge\vec{V_r})\end{aligned}\right\}$$ (0,5)

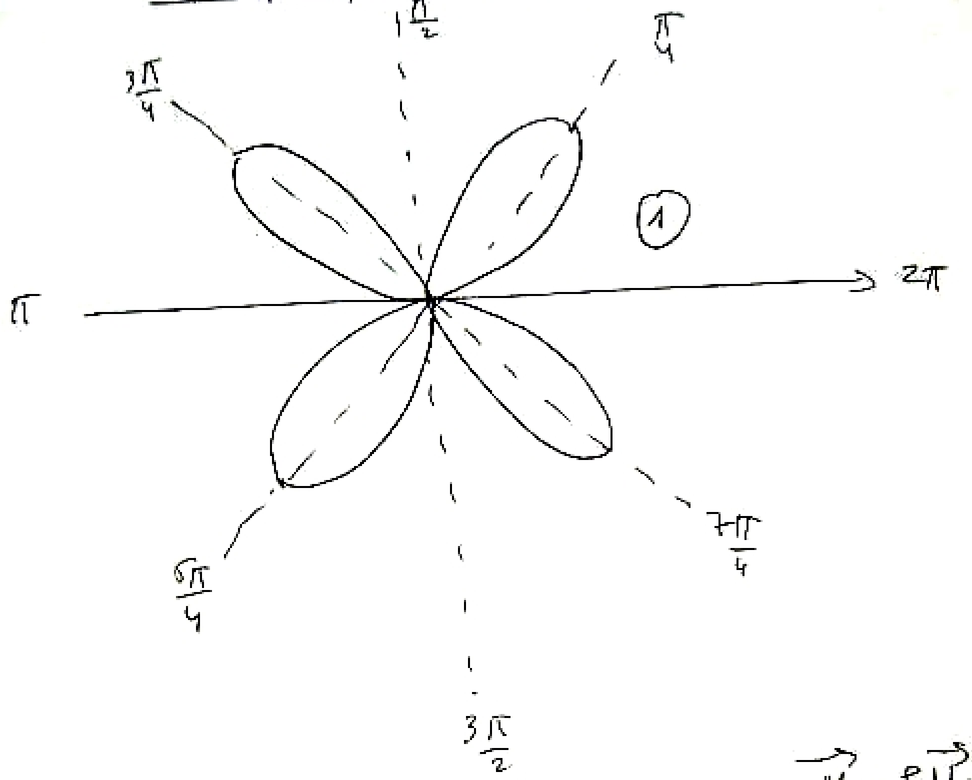
2

## - التمرين 02:

$\rho = r|\sin(2\theta)|$ ، $\theta = \omega t$

-(1　1

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $t$ | 0 | $\frac{\pi}{4\omega}$ | $\frac{\pi}{2\omega}$ | $\frac{3\pi}{4\omega}$ | $\frac{\pi}{\omega}$ | $\frac{5\pi}{4\omega}$ | $\frac{3\pi}{2\omega}$ | $\frac{7\pi}{4\omega}$ | $\frac{2\pi}{\omega}$ |
| $\theta$ | 0 | $\frac{\pi}{4}$ | $\frac{\pi}{2}$ | $\frac{3\pi}{4}$ | $\pi$ | $\frac{5\pi}{4}$ | $\frac{3\pi}{2}$ | $\frac{7\pi}{4}$ | $2\pi$ |
| $\rho$ | 0 | r | 0 | r | 0 | r | 0 | r | 0 |




-(2 : $\vec{OM} = \rho\,\vec{u}_\rho$

0,5　$\vec{V} = \dfrac{d\vec{OM}}{dt} = \dot\rho\,\vec{u}_\rho + \rho\dot\theta\,\vec{u}_\theta$

* نأخذ حالة $\frac{\pi}{2} > \theta > 0$ أي

$|\sin 2\theta| = \sin 2\theta$.

0,5　$$\boxed{\vec{V} = 2\omega r\cos 2\theta\,\vec{u}_\rho + r\omega\sin 2\theta\,\vec{u}_\theta}$$

0,5　$\vec{\gamma} = \dfrac{d\vec{V}}{dt} = (\ddot\rho - \rho\dot\theta^2)\,\vec{u}_\rho + (2\dot\rho\dot\theta + \rho\ddot\theta)\,\vec{u}_\theta$

$\ddot\rho = -4\omega^2 r\sin 2\theta$ ، $\dot\rho = 2\omega r\cos 2\theta$ ، $\ddot\theta = 0$ ، $\dot\theta = \omega$

0,5　$$\boxed{\vec{\gamma} = \left[-4\omega^2 r\sin 2\theta - r\omega^2\sin 2\theta\right]\vec{u}_\rho + \left[4\omega^2 r\cos 2\theta\right]\vec{u}_\theta}$$

4

4) حساب نصف قطر الإنحناء:

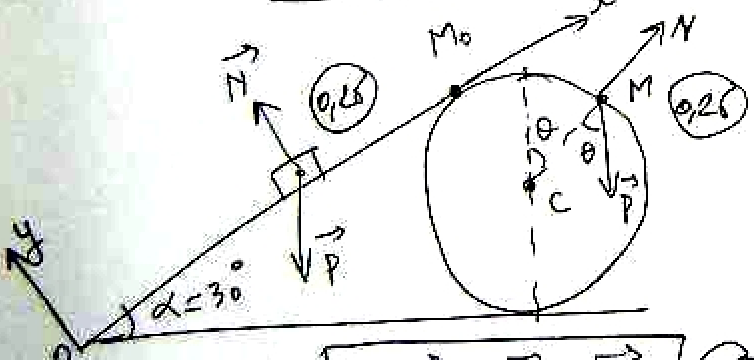
(0,5)
$$\boxed{R=\frac{\|\vec V\|^2}{\|\vec\gamma_N\|}=r\,\frac{(3\cos^2 2\theta+1)^{3/2}}{\sqrt{39\cos^2 2\theta-9\sin^2 2\theta\cos^2 2\theta+25}}}$$

5) حساب طول المسار:

(0,25)
$$S=\int_0^{\frac{3\pi}{4\omega}}\|\vec V\|\,dt$$

(0,25)
$$\boxed{S=\int_0^{\frac{3\pi}{4\omega}} r\omega\left(\sqrt{3\cos^2 2\theta+1}\right)dt}$$

التمرين 03 :-




1) العلاقة الأساسية : $\boxed{m\vec\gamma=\vec P+\vec N}$ (0,5)

بالإسقاط على ox : $m\gamma=-mg\sin\alpha \Rightarrow \boxed{\gamma=-g\sin\alpha}$ (0,5)

" " oy : $N-mg\cos\alpha=0 \Rightarrow N=mg\cos\alpha$

2) الحركة متغيرة بإنتظام لذلك نطبق القانون (0,5)

$$V^2(M_0)-V_0^2=2\gamma d.$$

$$\Rightarrow \boxed{V(M_0)=\sqrt{V_0^2-2gd\sin\alpha}} \quad (1)$$

5

3- أ - العلاقة الأساسية هي: $\boxed{m\vec{\gamma} = \vec{P} + \vec{N}}$ 0,25

نختار المعلم الذاتي $(\vec{u}_T, \vec{u}_N)$ 0,25 : بالإسقاط نجد

$\vec{u}_T$ : $m\gamma_T = mg\sin\theta \Leftarrow$ (1) $\boxed{\gamma_T = \frac{dV}{dt} = g\sin\theta}$ 0,25

$\vec{u}_N$ : $m\gamma_N = mg\cos\theta - N \Leftarrow$ (2) $\boxed{N = m\left[g\cos\theta - \frac{V^2}{R}\right]}$ 0,25

من (1) $\Leftarrow V\frac{dV}{dt} = R\omega g\sin\theta \Leftarrow V\frac{dV}{dt} = Rg\sin\theta\frac{d\theta}{dt}$

نحصل بالتكامل:

$$\int_{V(M_0)}^{V} VdV = Rg\int_{-30}^{\theta}\sin\theta\, d\theta$$ 0,25

$$\frac{1}{2}\left[V^2 - V^2(M_0)\right] = Rg\left[-\cos\theta\right]_{-30}^{\theta} \Rightarrow V^2 = V^2(M_0) + 2Rg\left[\cos 30 - \cos\theta\right]$$

1 $$\boxed{V = \sqrt{V^2(M_0) + 2Rg\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \cos\theta\right)}}$$

ب - عند الزاوية $\theta = 0$ نجد

$$V(0) = \sqrt{V^2(M_0) + 2Rg\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - 1\right)} \Rightarrow \boxed{V(0) = \sqrt{V_0^2 - gd + 2Rg\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - 1\right)}}$$ 0,5

ما داخل الجذر يجب أن يكون موجباً حتى يصل الجسم إلى النقطة $M_1$ 0,25

ج - من (2) نجد : $N = m\left[g\cos\theta - \dfrac{V^2}{R}\right]$ 6

$$N = m\left[g\cos\theta - \frac{1}{R}\left\{V^2(M_0) + 2gR\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \cos\theta\right)\right\}\right]$$

0,5 $$\boxed{N = mg\left[3\cos\theta - \sqrt{3} + 2\frac{d}{R}\sin\alpha\right] - \frac{m}{R}V_0^2}$$

0,5 يغادر الجسم سطح الكرة عندما . $N = 0$ أي

$$g\left[3\cos\theta_f - \sqrt{3} + 2\frac{d}{R}\sin\alpha\right] - \frac{V_0^2}{R} = 0$$

$$\boxed{\cos\theta_f = \frac{V_0^2}{3gR} + \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{2}{3}\frac{d}{R}\sin\alpha}$$

0,5 $$\boxed{\cos\theta_f = \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{V_0^2}{3gR} - \frac{d}{3R}}$$ $\Leftarrow \alpha = 30^\circ$

# الامتحان الأول في الميكانيك

**ـ التمرين 01 : ( 04 نقاط )**

أـ يعطى المعلمان: المطلق $R(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ و النسبي $R'(o',\vec{i}',\vec{j}',\vec{k}')$

ـ أكتب العلاقة بين شعاعي الموقع المطلق $\overrightarrow{OM}$ والنسبي $\overrightarrow{O'M}$، ثم استنتج قانون تركيب السرعة مع تحديد كل المقادير

ـ عندما تكون حركة $R'(o',\vec{i}',\vec{j}',\vec{k}')$ انسحابية بسط القانون السابق، كيف تصبح المقادير السابقة

ب- عرف كل من: العمل الميكانيكي، الطاقة الحركية، ثم أستنتج نظرية الطاقة الحركية.

ـ حدد الفرق الأساسي بين قوة محافظة و قوة غير محافظة

ـ متى نتكلم عن الطاقة الكامنة، حدد العلاقة التي توجد بينها و بين القوة.

ـ عرف الطاقة الميكانيكية الكلية، و متى نتكلم عن مبدأ إنحفاظها.

**ـ التمرين 02 : ( 09 نقاط )**

نقطة مادية تتحرك على مسارمنحني وفق المعادلتين الزمنيتين:

$$y(t) = 5t - 2 \quad \text{و} \quad x(t) = 100t^2 - 40t - 1$$

1- أستخرج معادلة المسار ثم أرسمه في معلم $(Oxy)$، ما هي طبيعته، حدد نقطة بداية الحركة و اتجاهها على المسار.

2- أحسب شعاع السرعة و طويلته بدلالة الزمن.

3- أحسب شعاع التسارع و طويلته.

4- أحسب المركبة المماسية للتسارع، ثم استنتج المركبة الناظمية له.

5- عند اللحظة $t = \frac{1}{5}$، استنتج نصف قطر الانحناء، في أي جهة من المسار يقع مركز الانحناء.

**ـ التمرين 03 : ( 09 نقاط )**

جسم صلب يمكن اعتباره نقطة مادية كتلته $m$، ينزلق نحو الأسفل على مستوي مائل زاوية ميله $\alpha$ باحتكاك معامله $f$.

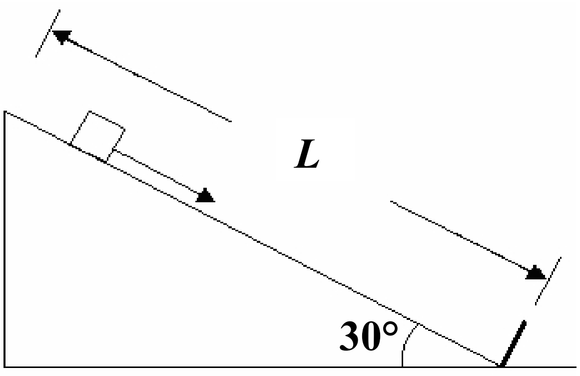
1- مثل مجموع القوى المؤثرة في الجسم، ثم حدد قيمة الزاوية الصغرى $\alpha_{\min}$ التي تبدأ معها الحركة.

2- نأخذ زاوية ميل: $\alpha = 30°$، أكتب القانون الأساسي للتحريك ثم استخرج عبارة التسارع.

3- ينطلق الجسم من السكون و يقطع مسافة قدرها $L$، أوجد قيمة السرعة عندها.

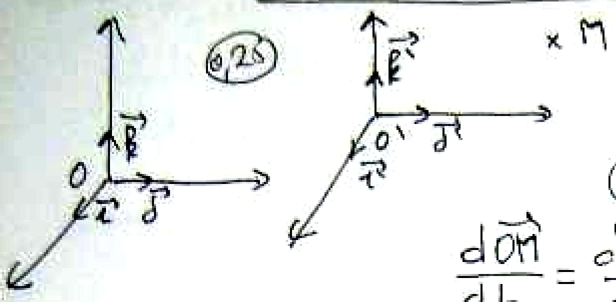
4- عند هذه المسافة يصطدم الجسم بحاجز ثابت فيرتد في الاتجاه المعاكس، محافظا على نفس السرعة، أوجد المسافة التي سوف يقطعها حتى يتوقف.

ـ ت.ع.: $L = 10m$ ، $f = 0.2$ ،
$m = 10Kg$ و $g = 10m/S^2$ .



1

# حل إمتحان الميكانيك



0,25

-التمرين 01 :-

أ- $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OO'} + \overrightarrow{O'M}$ 0,25

بالإشتقاق نجد : $\frac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = \frac{d\overrightarrow{OO'}}{dt} + \frac{d\overrightarrow{O'M}}{dt}$

0,5 $$\vec{V_a} = \underbrace{\frac{d\overrightarrow{OO'}}{dt} + x'\frac{d\vec{i'}}{dt} + y'\frac{d\vec{j'}}{dt} + z'\frac{d\vec{k'}}{dt}}_{\vec{V_e}} + \underbrace{\frac{dx'}{dt}\vec{i'} + \frac{dy'}{dt}\vec{j'} + \frac{dz'}{dt}\vec{k'}}_{\vec{V_r}}$$

0,25 : $\vec{V_a} = \vec{V_r} + \vec{V_e}$ ، $\vec{V_a}$ السرعة المطلقة ، $\vec{V_e}$ السرعة المكتسبة

$\vec{V_r}$ " النسبية

- في حالة حركة إنسحابية للمعلم النسبي يكون لدينا

0,25 $\boxed{\frac{d\vec{i'}}{dt} = \frac{d\vec{j'}}{dt} = \frac{d\vec{k'}}{dt} = \vec{0}}$ والقانون يصبح : 0,25 $\boxed{\vec{V_a} = \vec{V_r} + \vec{V_T}}$

حيث 0,25 $\vec{V_T} = \frac{d\overrightarrow{OO'}}{dt}$ السرعة الإنسحابية

ب- العمل الميكانيكي : 0,25 $\boxed{dW = \vec{F}\cdot d\vec{l}}$ $\vec{F}$ : القوة ، $d\vec{l}$ : الإنتقال

خلال المسلك AB :

0,25 $\boxed{W_{A\to B} = \int_A^B \vec{F}\cdot d\vec{l}}$

الطاقة الحركية : 0,25 $\boxed{E_c = \frac{1}{2}mV^2 = \frac{1}{2}\frac{P^2}{m}}$

نظرية الطاقة الحركية :

$$\vec{F}\cdot d\vec{l} = \frac{d\vec{P}}{dt}\cdot\vec{V}\,dt = \vec{V}\cdot d\vec{P}$$

$$= \frac{\vec{P}}{m}\cdot d\vec{P} = d\frac{\vec{P}^2}{2m} = dE_c$$

0,25 خلال المسلك AB :

$$W_{A\to B} = E_{cB} - E_A$$

2 - القوة المحافظة: يكون عملها بين A و B مستقلا عن المسلك أو عملها عبر مسلك مغلق يكون معدوما (0,25)

القوة غير المحافظة: يكون عملها بين A و B متعلقا بالمسلك أو عملها عبر مسلك مغلق غير معدوم (0,25)

الطاقة الكامنة: يمكن أن نتكلم عن الطاقة الكامنة عندما تكون القوة محافظة وتكون العلاقة بينهما هي:

$$\vec{F} = -\vec{grad}\, E_p \Leftarrow \boxed{dE_p = -\vec{F} \cdot d\vec{l}}$$ (0,25)

الطاقة الميكانيكية الكلية: $E_M = E_c + E_p$

(0,25) يكون مبدأ إنحفاظ الطاقة الميكانيكية محققاً عندما تكون القوى المؤثرة محافظة

---

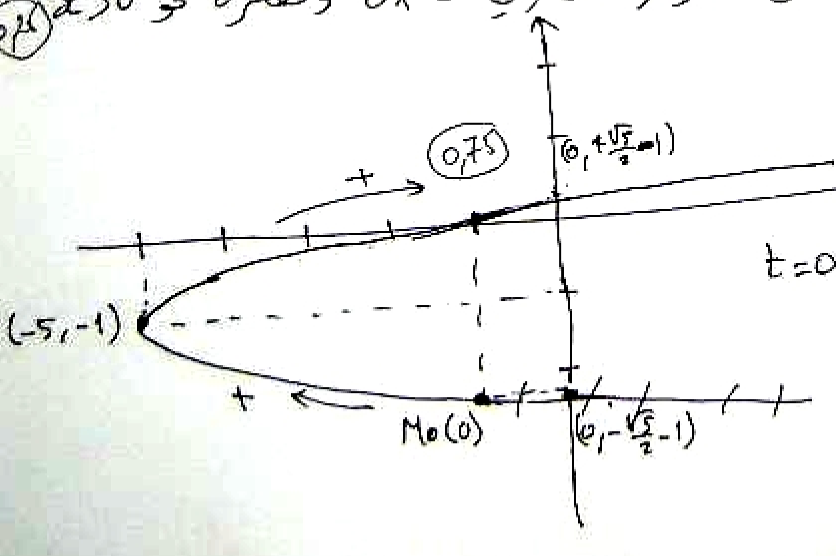
- التمرين 02: -

1- معادلة المسار: بإختزال الزمن بين المعادلتين نجد

$$\boxed{(x+5) = 4(y+1)^2} \Leftarrow \boxed{x = 4y^2 + 8y - 1}$$

(0,25) ، (0,5)

وهو قطع مكافئ محوره موازي لـ $OX$ وتقعره نحو $x>0$ قمته $(-5,-1)$ (0,25)




بداية الحركة عند $t=0$

$\boxed{M(0) : (-1,-2)}$ (0,25)

3

2- حساب شعاع السرعة: نجد بالاشتقاق

$$\vec{V} = \begin{cases} V_x = \frac{dx}{dt} = 200t - 40 \\ V_y = \frac{dy}{dt} = 5 \end{cases} \quad (1)$$

$$\Leftarrow \boxed{\|\vec{V}\| = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = 5\sqrt{64(5t-1)^2+1}} \quad (1)$$

3- حساب شعاع التسارع: نجد بالاشتقاق:

$$\vec{\gamma} = \begin{cases} \frac{dV_x}{dt} = 200 \\ \frac{dV_y}{dt} = 0 \end{cases} \quad (0,75)$$

$$\Leftarrow \boxed{\|\vec{\gamma}\| = 200} \quad (0,25)$$

4- حساب المركبة المماسية للتسارع:

$$\boxed{\gamma_T = \frac{d\|\vec{V}\|}{dt}} \quad (0,5) \Rightarrow \boxed{\gamma_T = \frac{1600(5t-1)}{\sqrt{64(5t-1)^2+1}}} \quad (0,5)$$

والمركبة الناظمية:

$$\boxed{\gamma_N = \sqrt{\|\vec{\gamma}\|^2 - \|\vec{\gamma}_T\|^2}} \Leftarrow \boxed{\gamma_N^2 = \|\vec{\gamma}\|^2 - \|\vec{\gamma}_T\|^2} \quad (0,5)$$

$$\Leftarrow \boxed{\gamma_N = \frac{200}{\sqrt{64(5t-1)^2+1}}} \quad (0,5)$$

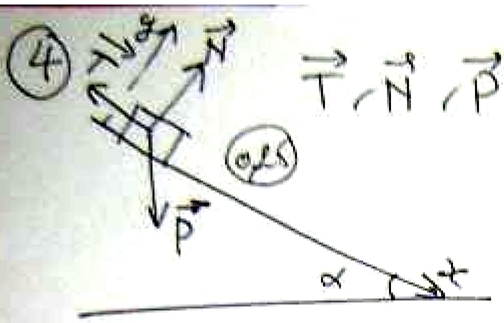
5- حساب نصف قطر الانحناء:

$$\boxed{\gamma_N = \frac{\|\vec{V}\|^2}{R} \Rightarrow R = \frac{\|\vec{V}\|^2}{\gamma_N}} \quad (0,5)$$

نجد أن $\boxed{R = \frac{1}{8}\left[64(5t-1)^2+1\right]^{3/2}}$ (0,5)، وفي حالة $t = \frac{1}{5}$ نجد:

$$\boxed{R = \frac{1}{8}} \quad (0,5)$$

ومركز الانحناء يقع دائما داخل التقعر بين فرعي القطع (0,5)



- التمرين 03 :- 1- القوى المؤثرة هي $\vec{P}$ ، $\vec{N}$ ، $\vec{T}$

(0,25)

عند السكون : $\boxed{\vec{P}+\vec{N}+\vec{T}=\vec{0}}$ (0,5)

عند الحركة : $\boxed{\vec{P}+\vec{N}+\vec{T}\neq\vec{0}}$

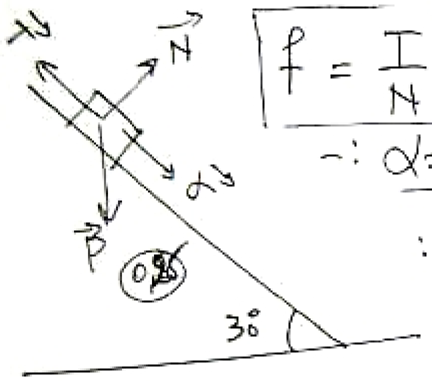
من أجل $\alpha_m$ نحصل بالإسقاط

$Ox$ : $mg\sin\alpha_m - T = 0$ (1) (0,25)

مع

$Oy$ : $N - mg\cos\alpha_m = 0$ (2) (0,25)

فنجد : $\boxed{fN = T}$ (0,25)



$\boxed{f = \frac{T}{N} = tg\,\alpha_m}$ (0,25) $\Rightarrow$ $\boxed{\alpha_m = 11,31°}$ (0,25)

2- القانون الأساسي للتحريك $\alpha = 30°$ :-

$\boxed{\vec{P}+\vec{N}+\vec{T} = m\vec{\gamma} = \frac{d\vec{P}}{dt}}$ (0,5) ، بالإسقاط :

$Ox$ : $\boxed{mg\sin\alpha - T = m\gamma}$ (1) (0,25)

مع

$Oy$ : $\boxed{N - mg\cos\alpha = 0}$ (2) (0,25)

بالتعويض : $T = f.N$

$N = mg\cos\alpha$ ، $T = fmg\cos\alpha$ $\Leftarrow$ $\boxed{\gamma = g[\sin\alpha - f\cos\alpha]}$ (1)

$\boxed{\gamma = 3,27\ m/s^2}$ (0,25)

3- التسارع ثابت و الحركة متسارعة بإنتظام ، نستعمل القانون : (0,25)

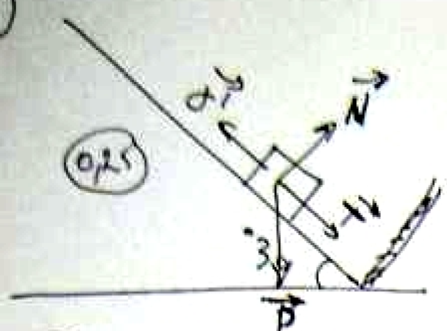
$\boxed{V_f^2 - V_0^2 = 2\gamma L}$ (0,5) مع $V_0 = 0$ (0,25)

$\Leftarrow$ $V_f = \sqrt{2\gamma L}$ $\Leftarrow$ $\boxed{V_f = \sqrt{2Lg[\sin\alpha - f\cos\alpha]}}$ (0,5) ، $\boxed{V_f = 8,085\ m/s}$ (0,5)

4- عند نهاية الإصطدام يتحرك الجسم نحو الأعلى و قوة الإحتكاك تغير إتجاهها ، نعيد تطبيق قانون نيوتن عند الصعود : (0,25)

(5)

(0,25)




$$\boxed{\vec{P}+\vec{N}+\vec{T'}=m\vec{\gamma'}}$$ (0,25)

بالإسقاط على المحورين:

(0,25) $-T' - mg\sin\alpha = m\gamma'$ (1) : $Ox$

(0,25) $N - mg\cos\alpha = 0$ (2) : $Oy$

بالتعويض نجد: (0,5) $\boxed{\gamma' = -g\left[\sin\alpha + f\cos\alpha\right]}$ ⇐ $\boxed{\gamma' = -6,732\, m/s^2}$ (0,25)

الحركة متباطئة بانتظام، نطبق نفس القانون:

$V_f'^2 - V_f^2 = 2\gamma' L'$ مع $V_f' = 0$

⇐ $L' = -\dfrac{V_f^2}{2\gamma}$ ⇐ $\boxed{L' = \dfrac{V_f^2}{2g\left[\sin\alpha + f\cos\alpha\right]}}$ (0,25)

⇐ $L' = \dfrac{tg\alpha - f}{tg\alpha + f}L$ ⇐ $\boxed{L' = 4,85\, m}$ (0,25)

# الامتحان الأول في الميكانيك

**- التمرين 01: ( 04 نقاط )**

1- أعط تعريفا دقيقا للحركة ذات التسارع المركزي، وأذكر خواصها، و أذكر مثالين لها

2- أعط عبارة العمل الميكانيكي المنجز من طرف قوة $\vec{F}$ ، ثم برهن علاقة نظرية الطاقة الحركية.

3- عرف القوة المحافظة، و اذكر خواصها ثم بين كيف نفرق بينها وبين قوة غير محافظة

4- متى نتكلم على مبدأ إنحفاظ الطاقة الميكانيكية

**- التمرين 02: ( 09 نقاط )**

المعادلة الزمنية لحركة نقطة مادية في الإحداثيات الديكارتية تكتب :

$$\begin{cases} x(t) = \cos(t)e^t \\ y(t) = \sin(t)e^t \\ z(t) = e^t \end{cases}$$

1- هل المسار مغلق أم مفتوح

2- أحسب شعاع السرعة و طويلته، استنتج مركبات شعاع الواحدة المماسي $\overrightarrow{U_T}$

3-أحسب شعاع التسارع و طويلته

4-أحسب التسارع المماسي و التسارع ألناظمي، ثم أستخرج نصف قطر الانحناء

5- أحسب طول المسار المقطوع خلال الفاصل الزمني **$(0\ ,\ T)$.**

**- التمرين 03: ( 09 نقاط )**

جسم متحرك كتلته $m$ يسقط بدون احتكاك عبر سكة ( $ABMC$ ) :

1- الفرع ( $AB$ ) : حدد القوى المؤثرة ثم استنتج سرعته عند النقطة ( $B$ )

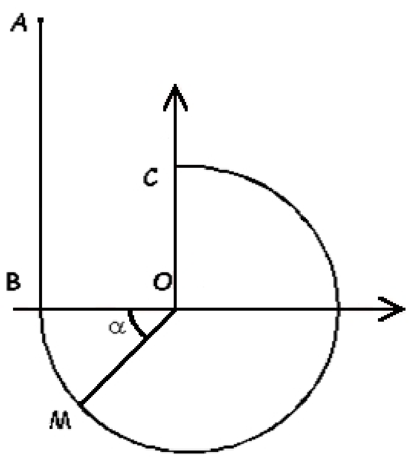
2- الفرع ( $BMC$ ) : حدد عند النقطة ( $M$ ) مجموع القوي المؤثرة في الجسم، ثم أكتب قانون نيوتن وأسقطه على الاتجاهين $\vec{U}_T$ و $\vec{U}_N$

3- كامل معادلة السرعة باستعمال العلاقة بين $V$ و الزاوية $\alpha$ ، ثم استنتج عبارة السرعة و رد الفعل ألناظمي بدلالة الزاوية $\alpha$

4- أحسب السرعة عند النقطة $C$

5- يغادر الجسم السكة عند النقطة $C$، حدد طبيعة المسار و استخرج معادلته بدلالة إحداثيات النقطة $C$

**ت.ع:** $AB = 1\ m$ ، $OB = r = 50\ cm.$ ، $g = 10\ ms^{-2}$



(1)

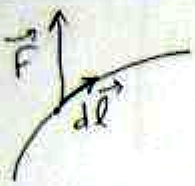
# حل إمتحان الميكانيك

- التمرين 01 :- (0.25)

1)- هي حركة يكون إتجاه التسارع دائما نحو نقطة ثابتة C هي مركز التسارع

* خواص الحركة : - في حالة $O \equiv C$ لدينا $\vec{OM} \wedge \vec{V} = \vec{0}$ (0.5)
- الحركة مستوية ، - العزم الحركي ثابت
- سرعة المسح $V_S = \frac{dS}{dt}$ ثابتة

* أمثلة :- (0.25) - قوة الجاذبية ، - قوة التأثير الكهربائي



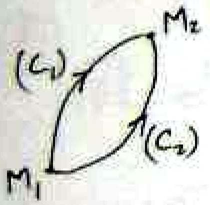
2)- * العمل العنصري $d\vec{W} = \vec{F} \cdot d\vec{l}$ (0.25)

العمل الحصل من $M_1 \to M_2$ (0.25) $W_{M_1 \to M_2} = \int_{M_1}^{M_2} \vec{F} \cdot d\vec{l}$

* نظرية الطاقة الحركية : لدينا $\vec{F} = m\vec{\gamma} = m\frac{d\vec{V}}{dt}$ ، $d\vec{l} = \vec{V} \cdot dt$ نعوض

$$dW = m\frac{d\vec{V}}{dt} \cdot \vec{V} \cdot dt = m\vec{V} \cdot d\vec{V} = d\left(\frac{m\vec{V}^2}{2}\right) = dE_c \quad (0.25)$$

بين $M_1 \to M_2$ (0.25) $W_{M_1 \to M_2} = E_c(M_2) - E_c(M_1)$



3)- القوة المحافظة يكون عملها بين $M_1$ و $M_2$ مستقلا عن المسلك

(0.25) $\left\{ W_{M_1 \to M_2}(C_1) = W_{M_1 \to M_2}(C_2) \right\}$

- خواصها :
* عبر مسلك مغلق يكون $\{W_{\circlearrowleft} = 0\}$ (0.25)
* تملك دالة أصلية $E_p$ حيث $\{\vec{F} = -\vec{grad}\, E_p\}$ (0.25)

- القوة المحافظة تحقق العلاقات (0.25) $\left\{ \frac{\partial F_x}{\partial y} = \frac{\partial F_y}{\partial x} ، \frac{\partial F_x}{\partial z} = \frac{\partial F_z}{\partial x} ، \frac{\partial F_y}{\partial z} = \frac{\partial F_z}{\partial y} \right\}$

4)- عندما تكون القوة محافظة فإن الطاقة الميكانيكية الكلية تبقى محفوظة

$$\left\{ E_{tot} = E_c + E_p = ct \right\}$$

(1)

2

-التمرين 02 :-

1) مسار الحركة مفتوح لأن 0,5

$$\lim_{t \to \infty} z(t) = \infty \quad 0,5$$

2)- حساب شعاع السرعة :-

$$\vec{V}(t) = \begin{cases} V_x = (\cos t - \sin t)\, e^t \\ V_y = -(\cos t - \sin t)\, e^t \\ V_z = e^t \end{cases} \quad 1$$

و الطويلة

$$\begin{cases} \|\vec{V}\| = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2} \\ \|\vec{V}\| = e^t \sqrt{3 - 2\sin t.\cos t} \end{cases} \quad 1$$

وشعاع الواحدة المماسي:

$$\vec{U}_T = \frac{\vec{V}}{\|\vec{V}\|} = \begin{cases} U_x = \dfrac{\cos t - \sin t}{\sqrt{3 - 2\sin t \cos t}} \\ U_y = -\dfrac{\cos t - \sin t}{\sqrt{3 - 2\sin t \cos t}} \\ U_z = \dfrac{1}{\sqrt{3 - 2\sin t \cos t}} \end{cases} \quad 1$$

3)- حساب شعاع التسارع :-

$$\vec{\gamma}(t) = \begin{cases} \gamma_x = \dfrac{dV_x}{dt} = -2\sin t\, e^t \\ \gamma_y = \dfrac{dV_y}{dt} = 2\sin t\, e^t \\ \gamma_z = \dfrac{dV_z}{dt} = e^t \end{cases} \quad 1$$

و الطويلة

$$\begin{cases} \|\vec{\gamma}\| = \sqrt{\gamma_x^2 + \gamma_y^2 + \gamma_z^2} \\ \|\vec{\gamma}\| = e^t \sqrt{8\sin^2 t + 1} \end{cases} \quad 1$$

-التسارع المماسي :-

$$\left\{ \gamma_T = \frac{d\|\vec{V}\|}{dt} = 2e^t \frac{\sin^2 t - \sin t \cos t + 1}{\sqrt{3 - 2\sin t \cos t}} \right\} \quad 1$$

-التسارع الناظمي :-
نجد أن

$$\begin{cases} \|\vec{\gamma}\|^2 = \|\vec{\gamma}_T\|^2 + \|\vec{\gamma}_N\|^2 \Rightarrow \|\vec{\gamma}_N\|^2 = \|\vec{\gamma}\|^2 - \|\vec{\gamma}_T\|^2 \\ \|\vec{\gamma}_N\| = e^t \dfrac{\sqrt{12\sin^2 t + 6\sin t \cos t - 8\sin^3 t \cos t - 1}}{\sqrt{3 - 2\sin t \cos t}} \end{cases} \quad 1$$

-نصف قطر الانحناء :

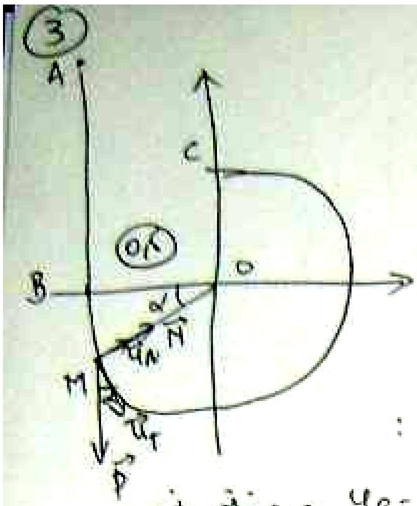
$$\left\{ \rho = \frac{\|\vec{V}\|^2}{\|\vec{\gamma}_N\|} \Rightarrow \rho = e^t \frac{(3 - 2\sin t \cos t)^{3/2}}{\sqrt{12\sin^2 t + 6\sin t.\cos t - 8\sin^3 t \cos t - 1}} \right. \quad 0,5$$

5-حساب طول المسار :-

لدينا $dS = \|\vec{V}\|.dt$ 0,25 $\Leftarrow$

$$S = \int_0^T \|\vec{V}\|.dt = \int_0^T e^t \sqrt{3 - 2\sin t.\cos t}.dt \quad 0,25$$

3




## التمرين 03 :-

1)- الفرع AB : القوة الوحيدة هي الثقل $\vec{P}$ (0,5)

وقانون نيوتن يكتب : $\vec{P} = m\vec{g} = m\vec{\gamma}$

بالإسقاط نجد :

(0,5) $$\vec{\gamma} : \begin{cases} \gamma_x = 0 \\ \gamma_y = -g \end{cases}$$

الحركة متسارعة بانتظام لذلك نطبق القانون :

$V_f^2 - V_0^2 = 2\gamma_y (y_f - y_0)$ مع $V_0 = 0$ ، $y_0 = \overline{AB}$ ، $y_f = 0$ ومنه نجد

(0,5) $$\left\{ V_f = \sqrt{2g\overline{AB}} = \sqrt{20}\ m/s \right\}$$

2)- الفرع $\underline{BMC}$ : القوى المؤثرة هي الثقل $\vec{P}$ ورد الفعل الناظمي $\vec{N}$ (0,25)

قانون نيوتن يكتب (0,25) $\vec{P} + \vec{N} = m\vec{\gamma}$

بالإسقاط : على $\vec{u}_T$ : (0,5) $mg\cos\alpha = m\gamma_T = m\frac{dV}{dt}$ $\boxed{1}$

" $\vec{u}_N$ : (0,5) $N - mg\sin\alpha = m\gamma_N$ $\boxed{2}$

3) من المعادلة $\boxed{1}$ نجد $m\frac{dV}{dt} = mg\cos\alpha$ ، نقسم على m ونضرب

بالمقدار (0,5) $\left\{ R\frac{d\alpha}{dt} = R\omega = V \right\}$ فنجد : $\left\{ V\,dV = Rg\cos\alpha\, d\alpha \right\}$ (0,25)

نكامل بين $B\ (\alpha = 0)$ و (0,25) $M\ (\alpha)$ فنجد :

$$\int_B^M V\,dV = \int_0^\alpha Rg\cos\alpha\, d\alpha \Leftarrow \left\{ \frac{1}{2}\left[V_M^2 - V_B^2\right] = Rg\left[\sin\alpha - \sin 0\right] = Rg\sin\alpha \right\} \text{(0,25)}$$

ونجد في الأخير :

$$\left\{ V_M = \sqrt{2g(\overline{AB} + R\sin\alpha)} \right\} \text{(0,5)}$$

- من المعادلة $\boxed{2}$ نجد : $N = m\gamma_N + mg\sin\alpha = m\frac{V_M^2}{R} + mg\sin\alpha$

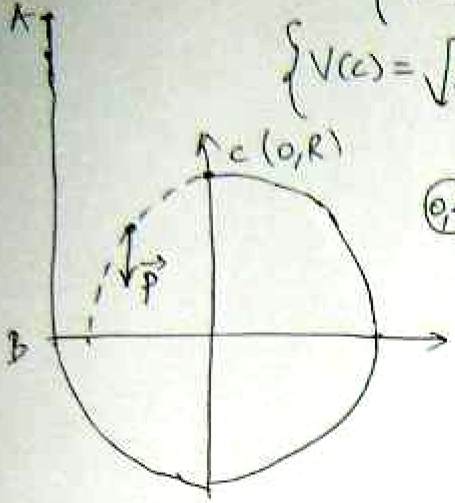
(0,75) $$\left\{ N = mg\left[2\frac{\overline{AB}}{R} + 3\sin\alpha\right] \right\}$$

4

4)- حساب السرعة عند C :-

عند النقطة (C) $\left\{ \alpha_c = 3\frac{\pi}{2} \right.$ و $\left. \sin\alpha_c = -1 \right\}$ (0,5)

ومنه $\left\{ V(C) = \sqrt{2g(AB - R)} = \sqrt{2gR} = \sqrt{10}\ m/s \right\}$ (1)




5)- المسار الحر بعد النقطة (C) هو قطع مكافئ مقلوب ذروته عند (C) (0,25)

التسارع $\vec{\gamma} \begin{cases} 0 \\ -g \end{cases}$ (0,25) والسرعة $\vec{V} \begin{cases} V_x = V_c = -\sqrt{2gR} \\ V_y = -gt \end{cases}$ (0,25)

وتكون الفاصلة $\begin{cases} x = -\sqrt{2gR}\,.\,t \\ y = -\frac{1}{2} g t^2 + R \end{cases}$ (0,25)

ومعادلة المسار نجدها بحذف $t$

(0,5) $$\boxed{y = -\frac{x^2}{4R} + R}$$

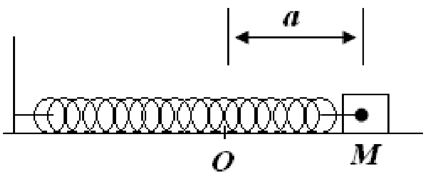
# الامتحان الأول في الميكانيك

**- التمرين 01 : ( 05 نقاط )**

1 - عرف كل من: العمل الميكانيكي، الطاقة الحركية، ثم أستنتج نظرية الطاقة الحركية.
- حدد الفرق الأساسي بين قوة محافظة و قوة غير محافظة، متى نتكلم عن الطاقة الكامنة
- حدد العلاقة التي تربط الطاقة الكامنة بالقوة، ما شكل هذه العلاقة في حالة بعد واحد.
- عرف الطاقة الميكانيكية الكلية، و متى نتكلم عن مبدأ انحفاظها.

**2** - في حالة نابض مرن، قوة الإرجاع تكتب من الشكل: $F(x) = -Kx - K'x^3$
حيث $K$ و $K'$ هما ثابتا المرونة و $x$ تمثل استطالة النابض، أوجد الطاقة الكامنة التي نشتق منها هذه القوة، ثم حدد وحدة كل من $K$ و $K'$

3 - فوق سطح مستوي أفقي، نثبت بطرف النابض كتلة $m$ و نسحبها لمسافة $a$ من وضعية التوازن ثم نتركها بدون سرعة ابتدائية:




- أوجد السرعة عند $x_1 = a/2$ و $x_2 = 0$
- أوجد النقطة التي تغير فيها الكتلة اتجاه حركتها، ماذا تستنتج؟

**- التمرين 02 : ( 08 نقاط )**

نقطة مادية $M$ كتلتها $m$ تتحرك تحت تأثير قوة ميكانيكية من الشكل :

$$\vec{F} = a.\,Cos\omega\, t\ .\ \vec{i}\ +\ b.\,Sin\omega\, t\ .\vec{j}$$ حيث : $\omega, b, a$ ثوابت موجبة

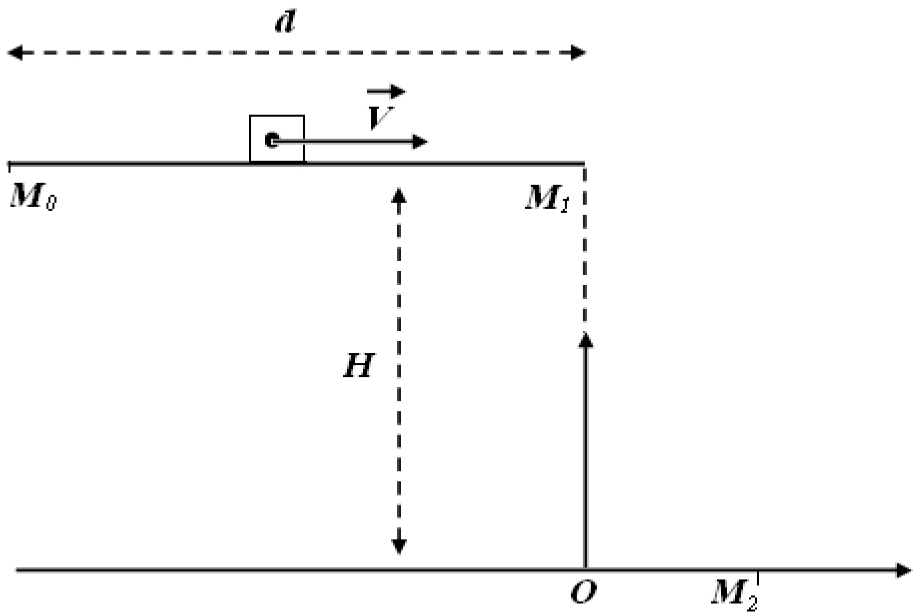
في اللحظة الابتدائية $t = 0$ ، $\overrightarrow{OM}(0) = -\dfrac{a}{m\omega^2}\vec{i}$ و $\vec{V}(0) = -\dfrac{b}{m\omega}\vec{j}$

1- أكتب القانون الأساسي للتحريك لهذه النقطة، ثم أستنتج عبارة شعاع التسارع
2- أستخرج عبارة شعاع السرعة ، ثم حدد المواقع التي يكون فيها التسارع و السرعة متعامدان
3- أحسب عبارتي التسارع المماسي و التسارع النظمي
4- أستخرج معادلة المسار، ما هي طبيعته، أرسمه و حدد نقطة بداية الحركة واتجاهها
5- هل الحركة ذات تسارع مركزي؟ بين ذلك.

**- التمرين 03 : ( 07 نقاط ) أنظر الشكل في ظهر الصفحة**

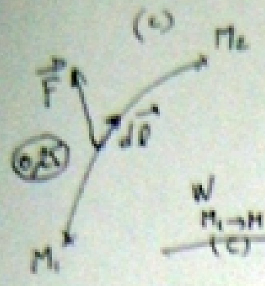
جسم صلب كتلته $m$ ، ينزلق لمسافة $d$ بين نقطتين $M_0$ و $M_1$، على مستوي أفقي معامل احتكاكه $f$ بسرعة ابتدائية $\vec{V}(0) = V_0.\vec{i}$.

1- مثل مجموع القوى المؤثرة، و اكتب القانون الأساسي للتحريك، ثم استخرج سرعة الجسم عند $M_1$.
2- عند هذه النقطة، يسقط الجسم من ارتفاع $H$ إلى الأرض، أكتب القانون الأساسي للتحريك ثم استنتج إحداثيات نقطة السقوط $M_2$ و سرعة الجسم عندها.
3- عند التصادم مع الإرض تنقلب سرعة الجسم وفق المعادلة : $V_x' = V_x$ , $V_y' = -V_y$ ، أوجد أعلى ارتفاع يمكن أن يصل إليه الجسم بعد الارتداد.
4- صف بشكل كيفي ماذا يحدث للجسم بعد ذلك و ما هو شكل المسار الكلي للحركة.


d
V
M0
M1
H
O
M2

1

# حل امتحان الميكانيك




## -التمرين 01 :-

1- * - عمل القوة الميكانيكية : $dW=\vec{F}.\vec{dl}$ ، $W_{\underset{(c)}{M_1\to M_2}}=\int_{M_1(c)}^{M_2}\vec{F}.\vec{dl}$ (0,25)

- الطاقة الحركية : $E_c=\frac{1}{2}mv^2$ (0,25)

- نظرية الطاقة الحركية : $dW=d(E_c)$ ، $W_{\underset{(c)}{M_1\to M_2}}=\Delta E_c$ (0,25)

* القوة المحافظة : العمل $W_{M_1\to M_2}$ لا يتعلق بالمسلك (c) (0,25)

القوة غير المحافظة : العمل $W_{M_1\to M_2}$ يتعلق بالمسلك (c) (0,25)

نتكلم عن الطاقة الكامنة في حالة القوة المحافظة (0,25)

* العلاقة بين القوة والطاقة الكامنة : $\vec{F}.\vec{dl}=-dE_p$ ، $\vec{F}=-\vec{grad}E_p$

$\vec{F}=-\left[\frac{\partial E_p}{\partial x}\vec{i}+\frac{\partial E_p}{\partial y}\vec{j}+\frac{\partial E_p}{\partial z}\vec{k}\right]$ (0,25) ، في حالة بعد واحد $(x)$ : $F(x)=-\frac{dE_p}{dx}$ (0,25)

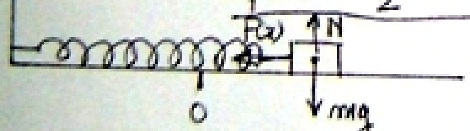
* الطاقة الميكانيكية : $E(M)=E_c(M)+E_p(M)$ (0,25)

تكون الطاقة محفوظة في حالة قوى محافظة : $E(M_1)=E(M)=E(M_2)$ (0,25)

2- $F(x)=-Kx-K'x^3$ : $[K]=\frac{N}{m}=\frac{Kg}{S^2}$ ، $[K']=\frac{N}{m^3}=\frac{Kg}{m^2S^2}$ (0,25)

- الطاقة الكامنة : $E_p(x)=\frac{1}{2}Kx^2+\frac{1}{4}K'x^4+C$ ، لإيجاد "C" نختار $E_p(0)=0$

$\Leftarrow$ $C=0$ (0,25) ومنه $E_p(x)=\frac{1}{2}Kx^2+\frac{1}{4}K'x^4$ (0,5)




3- الحركة أفقية : $F(x)$ قوة محافظة

نطبق مبدأ إنحفاظ الطاقة الميكانيكية

$E(a)=E(x_1)=E(x_2)$ : عند $x_0=a$ ، $v(a)=0$ ، $E(a)=E_p(a)$

* عند $x_1=\frac{a}{2}$ ، $E(\frac{a}{2})=E_c(\frac{a}{2})+E_p(\frac{a}{2})$ ، بالتعويض نجد

(0,25) $E(a)=E(\frac{a}{2})$ $\Leftarrow$ $v(\frac{a}{2})=\frac{1}{2}a\sqrt{3\frac{K}{m}+\frac{15}{8}\frac{K'}{m}a^2}$ (0,25)

* عند $x_2=0$ ، $E_p(0)=0$ ومنه $E(0)=E_c(0)$ (0,25)

②

وتكون السرعة : 0,25 $v(0)=a\sqrt{\frac{K}{m}+\frac{1}{2}\frac{K'}{m}a^2}$

- تغير الكتلة إتجاه حركتها عندما يصل النابض إلى أقصى إنكماش 0,5 وهو يوافق $x_3=-a$ ، وتكون الحركة دورية بين $a$ و $-a$

- التمرين 02 : - 1) - حسب قانون نيوتن 0,5 $\vec{F}=m\vec{\gamma} \Leftarrow \vec{\gamma}=\frac{\vec{F}}{m}$

ونجد التسارع : 0,5 $\vec{\gamma}(t)=\frac{a}{m}\cos\omega t\,\vec{i}+\frac{b}{m}\sin\omega t\,\vec{j}$

2) - السرعة : $\vec{v}(t)=\int\vec{\gamma}(t)\,dt \overset{0,5}{=} \left(\frac{a}{m\omega}\sin\omega t+v_{x0}\right)\vec{i}+\left(-\frac{b}{m\omega}\cos\omega t+v_{y0}\right)\vec{j}$

عند : $t=0$ ، $\vec{v}(0)=-\frac{b}{m\omega}\vec{j} \Leftarrow$ 0,25 $v_{x0}=v_{y0}=0$

والسرعة تصبح 0,5 $\vec{v}(t)=\frac{a}{m\omega}\sin\omega t\,\vec{i}-\frac{b}{m\omega}\cos\omega t\,\vec{j}$

- السرعة والتسارع متعامدان : 0,5 $\vec{\gamma}\cdot\vec{v}=0$ ومنه

$\frac{a^2-b^2}{m^2\omega}\sin\omega t\cdot\cos\omega t=0$ 0,25 $\Rightarrow \begin{cases} * \sin\omega t=0 \Rightarrow \omega t=\pi, 0 & 0,25 \\ * \cos\omega t=0 \Rightarrow \omega t=\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} & 0,25 \end{cases}$

3) - * التسارع المماسي : 0,25 $\|\vec{\gamma}_T\|=\frac{d\|\vec{v}\|}{dt}$ ، $\|\vec{v}\|=\frac{1}{m\omega}\sqrt{a^2\sin^2\omega t+b^2\cos^2\omega t}$

ومنه $\|\vec{\gamma}_T\|=\frac{(a^2-b^2)\sin\omega t\cdot\cos\omega t}{m\sqrt{a^2\sin^2\omega t+b^2\cos^2\omega t}}$ 0,25

* التسارع الناظمي : $\vec{\gamma}=\vec{\gamma}_T+\vec{\gamma}_N \Leftarrow$ 0,25 $\|\vec{\gamma}_N\|=\sqrt{\|\vec{\gamma}\|^2-\|\vec{\gamma}_T\|^2}$

$\|\vec{\gamma}\|^2=\frac{a^2}{m^2}\cos^2\omega t+\frac{b^2}{m^2}\sin^2\omega t \Leftarrow$ 0,25 $\|\vec{\gamma}_N\|=\frac{ab}{m}\frac{1}{\sqrt{a^2\sin^2\omega t+b^2\cos^2\omega t}}$

4) - شعاع الموقع : $\vec{OM}(t)=\int\vec{v}(t)\,dt$

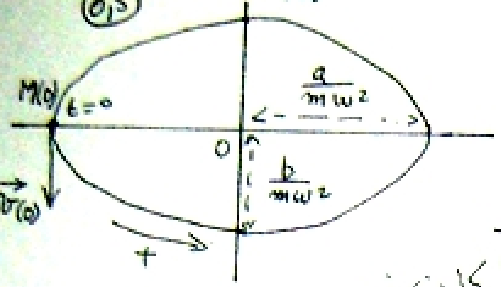
$\vec{OM}(t)\overset{0,5}{=}\left(\frac{-a}{m\omega^2}\cos\omega t+x_0\right)\vec{i}+\left(\frac{-b}{m\omega^2}\sin\omega t+y_0\right)\vec{j}$

عند $t=0$ ، $\vec{OM}(0)=\frac{-a}{m\omega^2}\vec{i} \Leftarrow$ 0,25 $x_0=y_0=0$

$\Leftarrow$ $\vec{OM}(t)=-\frac{a}{m\omega^2}\cos\omega t\,\vec{i}-\frac{b}{m\omega^2}\sin\omega t\,\vec{j}$ 0,5

3

معادلة المسار: $x = \frac{-a}{m\omega^2}\cos\omega t$ ، $y = -\frac{b}{m\omega^2}\sin\omega t$ 0,5




$$\Leftarrow \frac{x^2}{\left(\frac{a}{m\omega^2}\right)^2} + \frac{y^2}{\left(\frac{b}{m\omega^2}\right)^2} = 1$$ 0,5

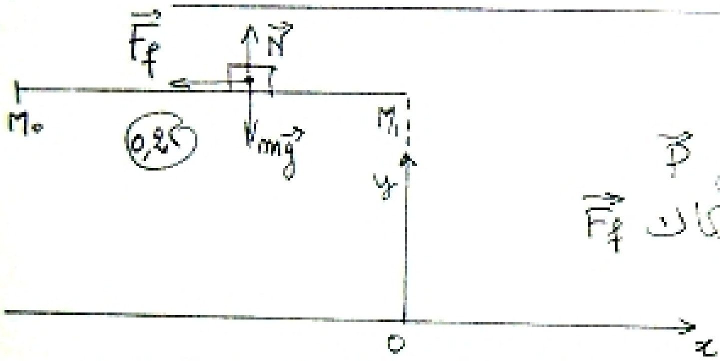
هو قطع ناقص، نصفا قطريه $\frac{a}{m\omega^2}$ و $\frac{b}{m\omega^2}$ 0,25

5- تكون الحركة ذات تسارع مركزي إذا كان:

$\overrightarrow{OM} \parallel \vec{\gamma} \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} \wedge \vec{\gamma} = \vec{0}$ 0,5 ومن النتائج نلاحظ أن

$\vec{\gamma} = -\omega^2 \overrightarrow{OM}$ 0,5 وبالتالي فالحركة ذات تسارع مركزي

- التمرين 03 :-




1- القوى المؤثرة هي: الثقل $\vec{P}$

ورد الفعل $\vec{N}$ وقوة الاحتكاك $\vec{F}_f$

قانون نيوتن يكتب

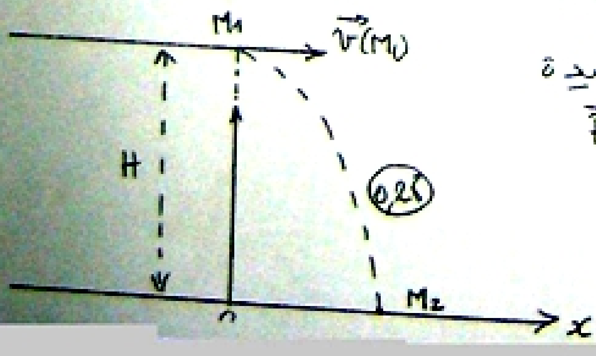
$\vec{P} + \vec{N} + \vec{F}_f = m\vec{\gamma}$ 0,25 ، بالإسقاط على المحورين OX ، OY

$$\begin{cases} -F_f = m\gamma_x = m\gamma & : OX \quad (0{,}25) \\ N - mg = 0 & : OY \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} N = mg \\ F_f = fN = fmg \end{cases} \Rightarrow \gamma = fg$$ 0,25

الحركة مستقيمة متغيرة بانتظام لذلك نستعمل القانون

$v^2 - v_0^2 = 2\gamma(x - x_0)$ 0,25 ، $x - x_0 = d \Rightarrow v^2(M_1) - v_0^2 = -2fgd$ 0,25

$v(M_1) = \sqrt{v_0^2 - 2fgd}$ 0,5 ، يجب أن يكون $v_0^2 - 2fgh \geq 0$




2- السقوط الحر من $M_1$: القوة الوحيدة هي الثقل $\vec{P}$ ومنه $\vec{P} = m\vec{\gamma} = m\vec{g}$

$\vec{\gamma} = \vec{g}$ 0,25

نسقط على المحورين

(4)

$OX$ : $\gamma_x = 0$ ⇐ $v_x = v(M_1)$ والحركة مستقيمة منتظمة (0,25)

⇐ $x(t) = v(M_1)t + x_0$ ⇐ $(x_0 = 0)$ $x(t) = v(M_1).t$

$OY$ : $\gamma_y = -g$ الحركة مستقيمة متغيرة بانتظام :

⇐ $v_y(t) = -gt + v_{y_0}$ و $(v_{y_0} = 0)$ لأن $\vec{v}(M_1)$ حسب $OX$ فقط

⇐ $v_y(t) = -gt$ ⇐ $y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + y_0$ و $y_0 = H$

⇐ $y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + H$ (0,5)

- تحديد النقطة $M_2$ : $y_2 = 0$ ⇐ $-\frac{1}{2}gt_2^2 + H = 0$ ⇐ $t_2 = \sqrt{\frac{2H}{g}}$

لنجد $x_2 = v(M_1).t_2$ ⇐ $x_2 = \sqrt{v_0^2 - 2fgd}\cdot\sqrt{\frac{2H}{g}}$ (0,5)

- تحديد السرعة $\vec{v}(M_2)$ : $v_{x_2} = v(M_1)$ و $v_{y_2} = -gt_2 = -\sqrt{2gH}$

(0,25) $\vec{v}(M_2) = v(M_1)\vec{i} - \sqrt{2gH}\cdot\vec{j}$

3)- بعد الإرتداد على سطح الأرض تصبح السرعة :

(0,25)+(0,25) $\vec{v}'(M_2) = v(M_1)\vec{i} + \sqrt{2gH}\cdot\vec{j}$

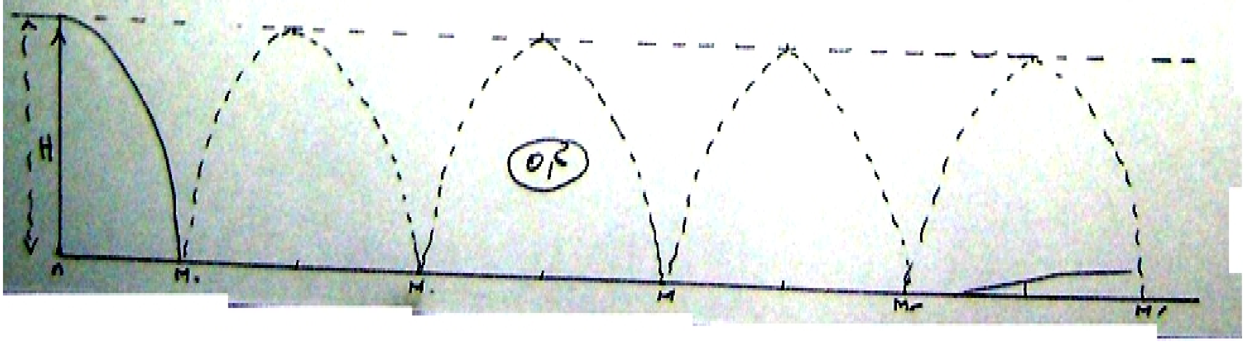
والتسارع هو $\vec{\gamma} = -\vec{g}$ ، لذلك فالحركة حسب $OY$ متسارعة بإنتظام

ونستعمل العلاقة : $v_f^2 - v'^2_y(M_2) = 2(-g).H'$ (0,25) مع $v_f = 0$ (0,25)

$v_y(M_2) = -\sqrt{2gH}$ (0,25) ⇐ $-2gH = -2gH'$ (0,25) ⇐ $H' = H$ (0,5)

4)- تحدث إرتدادات متماثلة ومتتالية عند النقاط : $M_1, M_2, M_3, \dots$

(0,5) كل مرة يعود الجسم إلى نفس الإرتفاع ويكون المسار كما في الشكل



2012/2011

جامعة منتوري قسنطينة

يوم 22-01- 2012

قسم الفيزياء (سنة أولى LMD)

# امتحان في مقياس الفيزياء 1

**التمرين الأول (4 نقاط)**: ا- أكتب بدون برهان عبارة التسارع المطلق بدلالة التسارع النسبي ثم أعط عبارة كل حد في العلاقة في الحالة العامة. **ب-** متى يكون $\vec{\gamma_c} = \vec{0}$. **ج-** متى يكون $\vec{\gamma_e} = \vec{0}$ ، كيف نسمي المعلم في هذه الحالة.

**التمرين الثاني (6نقاط)**: نقطة مادية M كتلتها m تتحرك فوق مسار دائري أملس (من دون احتكاك) نصف قطره R تحت تأثير قوة الثقل.

1- تترك النقطة M بدون سرعة ابتدائية في النقطة A (انظر الشكل 1).

ا- حدد عند النقطة الكيفية M القوى المنتجة للعمل والقوى غير المنتجة للعمل. **ب-** إذا علمت أن الانتقال العنصري في الإحداثيات القطبية يكتب من الشكل : $\vec{dl} = d\rho\vec{U_\rho} + \rho d\theta\vec{U_\theta}$ ، اكتب عبارة العمل العنصري ثم استنتج العمل المنجز بين الموقعين A و B (B يوجد على نفس الشاقول مع المركز O). **ج-** باستعمال نظرية الطاقة الحركية، استنتج السرعة عند النقطة B.

2- حدد القوى المحافظة ثم استنتج الطاقة الكامنة المشتقة منها. استنتج مرة ثانية قيمة السرعة عند النقطة B باستعمال مبدأ إنحفاظ الطاقة الميكانيكية (الكلية).

3- هل تصل M إلى النقطة C وما هي قيمة السرعة عندها.

**التمرين الثالث (12 نقطة)**: كتلة m معلقة عند النقطة O بخيط عديم الكتلة طوله L وغير قابل للتمدد (شكل 2).

في البداية تكون الكتلة عند النقطة A في حالة التوازن ثم تقذف بسرعة ابتدائية أفقية $\vec{V_0}$، نحدد موقع الكتلة باستعمال الزاوية θ حيث $\theta = (\vec{Ox}, \vec{OM})$.

1- ما هي جملة الإحداثيات المناسبة لدراسة حركة الكتلة، أكتب فيها شعاع الموقع.

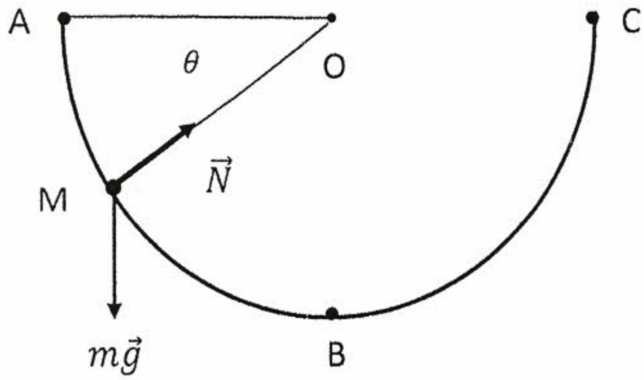
2- أكتب العلاقة الأساسية للتحريك في هذه الجملة ثم بين أن المعادلة التفاضلية للحركة تكتب: $\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{L}\sin\theta=0$ أو: $\ddot{\theta} + \frac{g}{L}\sin\theta = 0$ .يمكن حل المعادلة بجدائها في $\frac{d\theta}{dt}$ اي $\dot{\theta}$. استنتج عبارة $\frac{d\theta}{dt}$ .

3- أوجد عبارة توتر الخيط T، أين تكون شدته عظمى وصغرى.

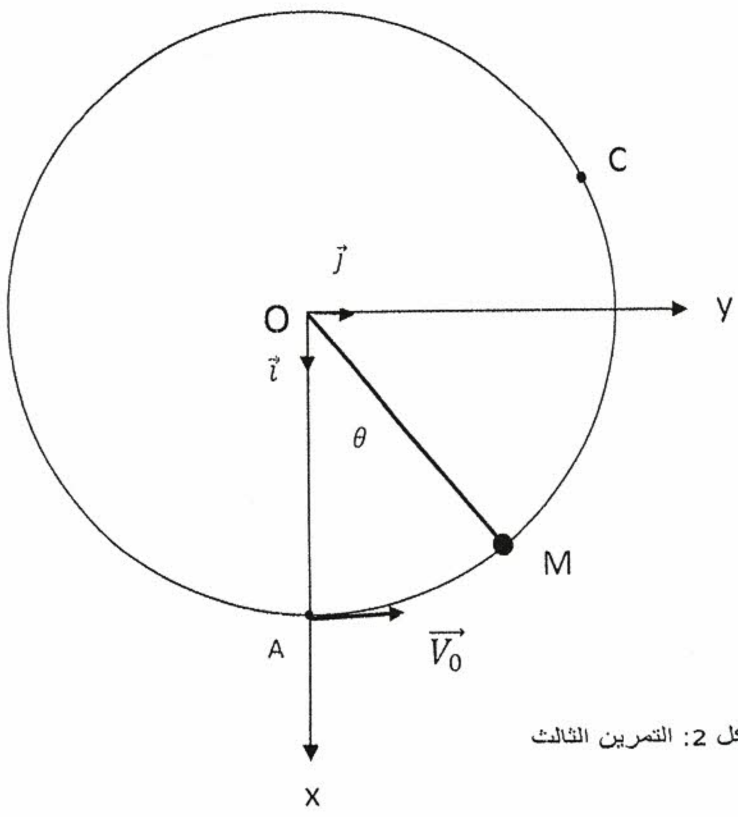
4- ما هي أصغر قيمة للسرعة $\vec{V_0}$ التي تسمح للكتلة برسم دائرة كاملة.

5- نفترض أن السرعة $\vec{V_0} = \sqrt{3gL}\vec{j}$. أوجد الزاوية $\theta_C$ للنقطة C التي تصبح الحركة بعدها غير دائرية. ما هي عبارة سرعة الكتلة عندها، مثلها على الرسم. كيف تصبح الحركة بعد النقطة C ؟

**الشكلان 1 و2 في الصفحة 2 ←**




الشكل 1:التمرين الثاني




الشكل 2: التمرين الثالث

تصحيح نموذجي لامتحان الفيزياء 1 . (2011 - 2012)

التمرين الأول : أ -

$$\vec{\gamma}_a = \vec{\gamma}_e + \vec{\gamma}_c + \vec{\gamma}_r \quad (0,5)$$

مع : $\vec{\gamma}_r = \frac{d^2x'}{dt^2}.\vec{i}' + \frac{d^2y'}{dt^2}\vec{j}' + \frac{d^2z'}{dt^2}\vec{k}'$ ، (0,5) $\vec{\gamma}_c = 2\vec{\omega} \wedge \vec{v}_r$ (0,5)

و

$$(0,5) \quad \vec{\gamma}_e = \frac{d^2\vec{OO'}}{dt^2} + \dot{\vec{\omega}} \wedge \vec{O'M} + \vec{\omega} \wedge (\vec{\omega} \wedge \vec{O'M})$$

ب - $\vec{\gamma}_c = \vec{0} \Leftarrow$ (0,5) $\begin{cases} \vec{v}_r = \vec{0} \text{ أي النقطة } M \text{ ثابتة في المرجع النسبي.} \\ \vec{\omega} = \vec{0} \text{ أي المرجع النسبي لا يدور في المرجع المطلق} \end{cases}$

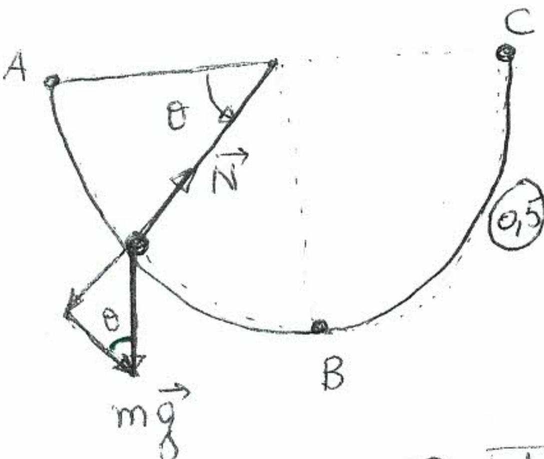
جـ - $\vec{\gamma}_e = \vec{0} \Leftarrow$ $\begin{cases} \vec{\omega} = \vec{0} \text{ أي } \vec{\gamma}_c = \vec{0} \text{ و } \frac{d^2\vec{OO'}}{dt^2} = \vec{0} \quad (0,5) \\ \vec{\omega} = \vec{0} \text{ تعني أن حركة المرجع النسبي إنسحابية} \end{cases}$

(0,5) بالنسبة للمرجع المطلق و $\frac{d\vec{OO'}}{dt^2} = \vec{0}$ تعني أن الحركة الإنسحابية مستقيمة منتظمة . أي

$(0,5) \Leftarrow \vec{\gamma}_a = \vec{\gamma}_r$

المرجع النسبي هو إذن مرجع غطالي (غاليلي) مثل المرجع المطلق.

التمرين الثاني :




1 - أ - (0,5) $\vec{N}$ عمودية على المسار $\Leftarrow$ غير منتجة للعمل.

$m\vec{g}$ غير عمودية على المسار $\Leftarrow$ منتجة للعمل

ب - $\boxed{dW = m\vec{g}.\vec{dl}}$ (0,5) مع . (0,5)

$$\begin{cases} \vec{dl} = R\,d\theta.\vec{u}_\theta \\ m\vec{g} = mg\sin\theta.\vec{u}_\rho + mg\cos\theta.\vec{u}_\theta \end{cases}$$

إذن :

$$(0,5) \quad \boxed{dW = mgR\cos\theta.d\theta}$$

العمل المنجز بين A و B هو :

$$W_{A\to B} = \int_{(C)A}^{B} mgR\cos\theta\, d\theta$$

$$(0,5) \quad W_{A\to B} = \int_0^{\pi/2} mgR\cos\theta\, d\theta = mgR\left[\sin\theta\right]_0^{\pi/2} = mgR$$

جـ -

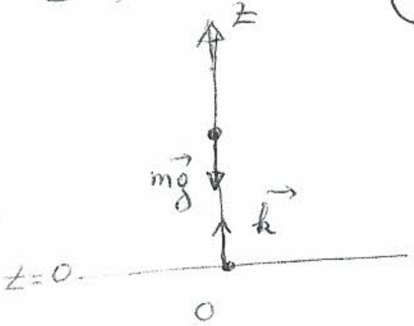
$$W_{A\to B} = E_c(B) - E_c(A) = E_c(B) \quad [v_A = 0]$$

(0,5)

$$W_{A\to B} = \frac{1}{2} m v_B^2 = mgR$$

$$\boxed{v_B = \sqrt{2gR}}$$ (0,5)

2 - القوه المحافظة هي قوة الجاذبية $m\vec{g}$ . (0,5) الطاقة الكامنة المشتقة منها هي : $E_p = mgz$ (0,5) حيث $z$ هو ارتفاع الكتلة $m$ عن سطح الأرض.



بالنسبة للمحور الشاقولي $\vec{Oz}$ : $m\vec{g} = -mg\vec{k}$

$m\vec{g}$ محافظة $\Leftarrow$ $m\vec{g} = -\vec{grad}\,E_p$

أو : $m\vec{g}\cdot\vec{dl} = -\vec{grad}\,E_p\cdot\vec{dl}$

$$-mg\,dz = -dE_p$$

أي : $\int dE_p = \int mg\,dz$ أو : $E_p = mgz + c$

(0,5)

وعندما نأخذ مبدأ الطاقة الكامنة عند $z=0$ ، لدينا : $\boxed{E_p = mgz}$

بما أن القوة الوحيدة التي تعمل هي $m\vec{g}$ فإن الطاقة الميكانيكية (الكلية) $E = E_p + E_c$ تبقى ثابتة، أي :

(0,5) $E(A) = E(B)$

$$mgR + \frac{1}{2} m \underset{0}{\underset{\|}{v_A^2}} = \frac{1}{2} m v_B^2 + \underset{0}{\underset{\|}{E_p(B)}} \Rightarrow \boxed{v_B = \sqrt{2gR}}$$ (0,5)

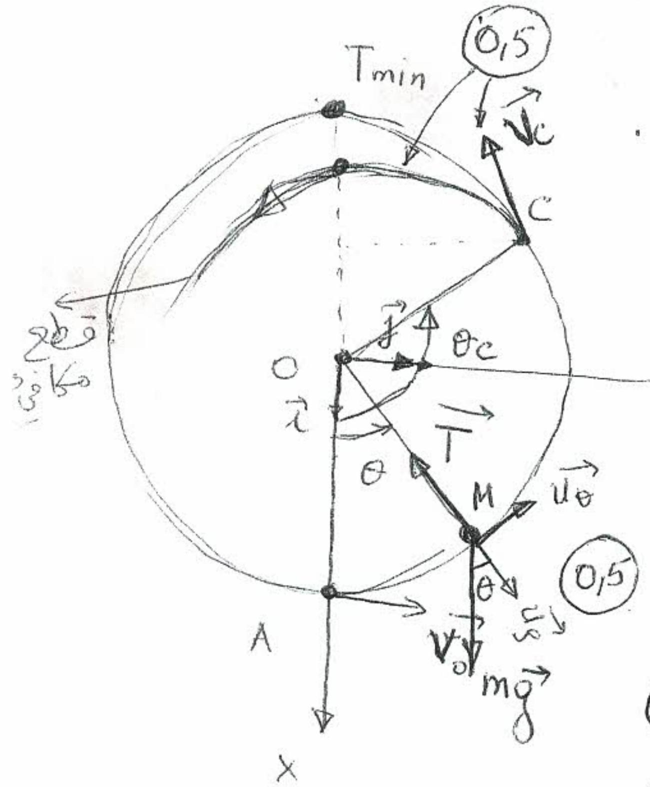
3 - لكي تصل M إلى C لابد أن تكون $E(A) = E(B) = E(C)$ (0,5)

أي : $\frac{1}{2} m v_B^2 = mgR + E_c(C)$ $\Rightarrow$ $E_c(C) = 0$ (0,5)

$\left(E_c = \frac{1}{2} m v^2 \geq 0\right)$

إذن M تصل إلى C وتنعدم السرعة عندها.

## التمرين الثالث:




1 - جملة الإحداثيات المناسبة هي القطبية.

0,5 $\quad \theta = (\vec{OX}, \vec{OM})$ ، $\rho = L$

0,5 $\quad \vec{OM} = L \cdot \vec{u_\rho}$

2 - القانون الأساسي للتحريك يكتب:

$$m\vec{g} + \vec{T} = m\vec{\gamma}$$ 0,5

مع: 0,5 $\quad \vec{T} = -T \cdot \vec{u_\rho}$

0,5 $\quad m\vec{g} = mg\cos\theta \cdot \vec{u_\rho} - mg\sin\theta \cdot \vec{u_\theta}$

0,5 $\quad \vec{\gamma} = -L\dot{\theta}^2 \vec{u_\rho} + L\ddot{\theta} \cdot \vec{u_\theta}$

ونستنتج المعادلتين:

0,5
$$\begin{cases} mg\cos\theta - T = -mL\dot{\theta}^2 \ (1) \rightarrow \vec{u_\rho} \\ -mg\sin\theta = mL\ddot{\theta} \ (2) \rightarrow \vec{u_\theta} \end{cases}$$

المعادلة التفاضلية للحركة (2) يمكن أن تكتب: $L\ddot{\theta} = -g\sin\theta$

أو: $L\dfrac{d\dot{\theta}}{dt} = -g\sin\theta$ 0,5 . جداء طرفي المعادلة التفاضلية

في $\dfrac{d\theta}{dt}$ أي $\dot{\theta}$ يعطينا:

$$L\dot{\theta}\frac{d\dot{\theta}}{dt} = -g\sin\theta \cdot \frac{d\theta}{dt}$$

أو: $L\dot{\theta}\,d\dot{\theta} = -g\sin\theta\,d\theta$ 0,5 . ونحصل على معادلة تفاضلية مفصولة المتغيرات $\theta$ و $\dot{\theta}$ . إذن:

$$L\int_{\dot{\theta}_0}^{\dot{\theta}} \dot{\theta}\,d\dot{\theta} = -g\int_0^{\theta} \sin\theta\,d\theta$$

$\dot{\theta}_0$ هي السرعة الزاوية الابتدائية.

حيث: $V_0 = L\dot{\theta}_0$ 0,25 لأن: $V = L\dot{\theta}$ 0,25

وعند تكامل نحصل على:

$$\frac{L}{2}\left[\dot{\theta}^2 - \dot{\theta}_0^2\right] = g\left[\cos\theta - 1\right]$$

إذن: $\boxed{L\dot{\theta}^2 = L\dot{\theta}_0^2 + 2g\left[\cos\theta - 1\right]}$ أو: $\boxed{V^2 = V_0^2 + 2Lg\left[\cos\theta - 1\right]}$

0,5

3- من المعادلة (1) نحصل على :

$$T = mg\cos\theta + mL\dot{\theta}^2$$

$$T = mg\cos\theta + \frac{mV^2}{L} = \frac{mV_0^2}{L} + mg[3\cos\theta - 2]$$

$$\boxed{T = \frac{mV_0^2}{L} + mg[3\cos\theta - 2]} \quad (1)$$

• $T_{min} = \frac{mV_0^2}{L} - 5mg$ (0,5) ونحصل عليها لما $\cos\theta = -1$ أي $\theta = \pi$ (0,5)

أي عندما تصل M إلى أعلى الدائرة.

• $T_{max} = \frac{mV_0^2}{L} + mg$ (0,5) ونحصل عليها لما $\cos\theta = 1$ أي لما $\theta = 0$ (0,5)

أي عندما تكون M في أسفل الدائرة أي في A.

4- للحصول على حركة دائرية لـ M لابد أن تكون $T_{min} \geq 0$ (0,5). أصغر قيمة لـ $\vec{V_0}$ تسمح للكتلة برسم دائرة كاملة هي لما $T_{min} = 0$.

أي:

$$\frac{mV_0^2}{L} = 5mg \Rightarrow \boxed{\vec{V}_{0\,min} = \sqrt{5Lg}\cdot\vec{j}} \quad (0,5)$$

5- $\vec{V_0} = \sqrt{3Lg}\cdot\vec{j}$ ⇐ أن الكتلة لا تكمل الدائرة و نحصل على $T=0$ قبل وصول M إلى أعلى الدائرة أي في النقطة C.

$T = 0$ ⇐ $V_0^2 = -mgL[3\cos\theta_c - 2]$ أو $3Lg = -mg[3\cos\theta_c - 2]$

إذن : $\boxed{\cos\theta_c = -1/3}$ (0,5) و ← $V_c^2 = 3Lg + 2Lg[\cos\theta_c - 1]$

أي : $V_c = \sqrt{\frac{5}{3}Lg}$ (0,5) أي : $\vec{V_c} = \sqrt{\frac{5}{3}Lg}\cdot\vec{u_\theta}$

عند النقطة C تصير $T = 0$ وتصبح M تحت تأثير $m\vec{g}$ فقط . إذن تتعرض لسقوط حر بسرعة إبتدائية $\vec{V}_c$ .

إذن مسار حركة الكتلة بعد C هو عبارة عن قطع مكافئ قمته توجد على مسافة أقل من 2L بالنسبة للنقطة A .

0,5

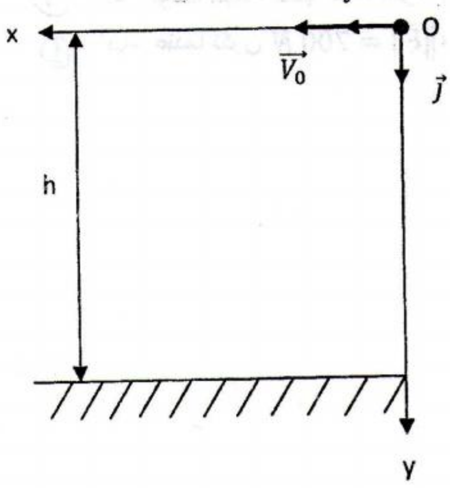
يوم 06 فيفري 2013

جامعة قسنطينة 1

كلية العلوم الدقيقة

السنة الأولى LMD

## امتحان في مقياس الفيزياء 1 (1سا45د)




### التمرين الأول (14 نقطة):

**الجزء I (04 نقاط):** جسم كتلته m يقذف داخل معلم $(O,\vec{i},\vec{j})$ من النقطة $O$ بسرعة ابتدائية أفقية $\vec{V_0}$ من ارتفاع h عن سطح الأرض (الشكل).

1.5 1- بتطبيق القانون الأساسي للتحريك ، استخرج عبارة شعاع تسارع الجسم ، ثم استنتج شعاع السرعة.

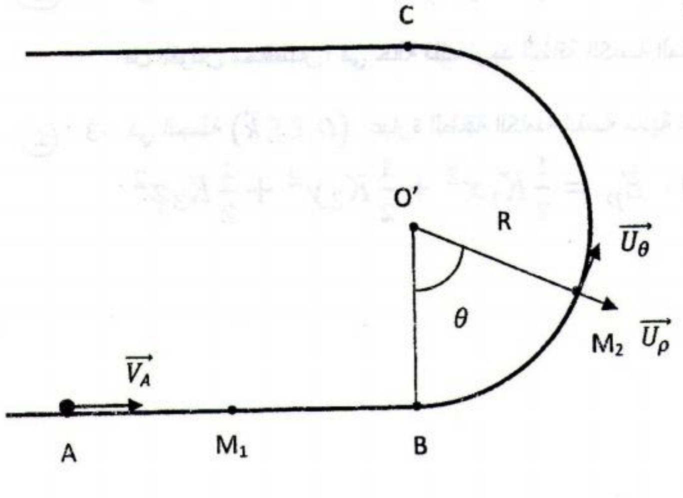
2.5 2- استخرج معادلة مسار الحركة وارسمه ثم حدد موقع ارتطام الجسم بالأرض.

**الجزء II (10 نقاط):** (11 نقطة) (الحركة بدون احتكاك).

يقذف ولد كرة كتلتها m من النقطة A في اتجاه النقطة B وفق المسار الأفقي $AB = 3R$ ، بسرعة ابتدائية أفقية $\vec{V_A}$ .

1 1- مثل عند النقطة $M_1$ مجموع القوى المؤثرة ، واستنتج السرعة عندها ، ثم عند النقطة B.

2- بعد النقطة B ، تواصل الكرة حركتها وفق مسار موجه دائري شاقولي BC نصف قطره R ومركزه O' (الشكل)




0,5 أ- مثل عند النقطة $M_2$ مجموع القوى التي تؤثر في الكرة.

1, 5 ب- اكتب معادلة الحركة ثم اسقطها داخل المعلم القطبي $(O',\vec{U_\rho},\vec{U_\theta})$.

3 ت- استنتج بمكاملة المعادلة التفاضلية عبارة السرعة في النقطة $M_2$ ،ثم استخرج قوة رد الفعل في هذه النقطة.

2 3- باستعمال خواص الطاقة الميكانيكية ، اعد استنتاج عبارتي السرعة وقوة رد الفعل.

1 4- ما هو الشرط اللازم لكي تصل الكرة إلى النقطة C.

1 5- اوجد في حالة هذا الشرط سرعة الكرة عند هذه النقطة . كيف تواصل الكرة حركتها بعد هذه النقطة؟

1 6- بعد النقطة C ، نريد أن تسقط الكرة عند النقطة الابتدائية A ، لكي يتمكن الولد من اعادتها مرة اخرى . ما هي السرعة الابتدائية $\vec{V_A}$ التي تحقق ذلك؟

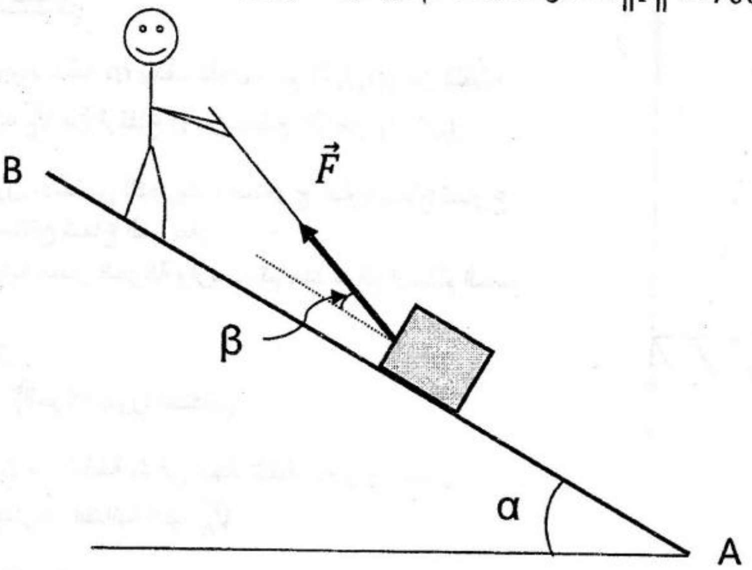
(07 نقاط)

**التمرين الثاني (06 نقاط)**

1- يسحب رجل صندوقا كتلته $m = 50\ Kg$ فوق مستوي مائل بزاوية $\alpha = 30^\circ$ لمسافة $AB = L = 10\ m$ باستعمال قوة $\vec{F}$ تصنع زاوية مع المستوى المائل $\beta = 10^\circ$. حركة الصندوق تتم باحتكاك معامله $f = 0.2$.

3 أ- اوجد القيمة الحدية لشدة القوة $\vec{F}$ التي يجب بذلها من طرف الرجل لسحب الصندوق.

1 ب- عندما تكون $\|\vec{F}\| = 700\ N$، ما هو العمل المقدم من طرف الرجل.



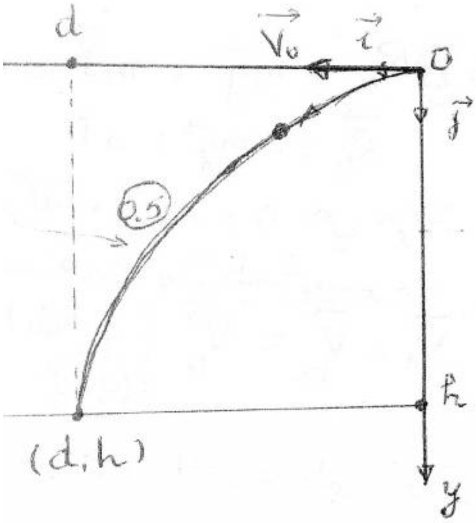

2 2- في جملة الاحداثيات الديكارتية $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ نعتبر حقلي القوتين: $\vec{F_1} = -mg\vec{k}$ , $\vec{F_2} = -kx\vec{i}$

هل القوتان محافظتان؟ في حالة ذلك اوجد الطاقة الكامنة المكافئة عندما نأخذ مبدأ الطاقة الكامنة عند النقطة O.

1 3- في الجملة $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ عبارة الطاقة الكامنة لنقطة مادية بدلالة موقعها هي :

$E_p = \frac{1}{2}K_1x^2 + \frac{1}{2}K_2y^2 + \frac{1}{2}K_3z^2$ ، اوجد القوة المشتقة من هذه الطاقة .

## تصحيح إمتحان الفيزياء 1




### التمرين الأول الجزء I :

1 - الجسم يتعرض لسقوط حر تحت تأثير الثقل $m\vec{g}$ . سرعته الابتدائية $\vec{V_0}$.

القانون الأساسي للتحريك : $m\vec{g} = m\vec{\gamma}$

إذن :

$$\boxed{\vec{\gamma} = \vec{g} = g\cdot\vec{j}} \quad 0,5$$

$$d\vec{V} = \vec{\gamma}\, dt \quad \Leftarrow \quad \vec{\gamma} = \frac{d\vec{V}}{dt}$$

وبالتكامل : $\int_{\vec{V_0}}^{\vec{V}} d\vec{V} = \int_0^t \vec{\gamma}\, dt$ نجد : $\vec{V} - \vec{V_0} = \vec{\gamma} t = g t\cdot\vec{j}$

إذن :

$$\vec{V_0} = V_0\vec{i} \cdot \quad \boxed{\vec{V} = g t\,\vec{j} + V_0\cdot\vec{i}} \quad 0,5$$

2 - $\vec{V} = \frac{d\vec{OM}}{dt} \quad \Leftarrow \quad d\vec{OM} = \vec{V}\cdot dt$ أي : $d\vec{OM} = \int_0^t \vec{V}\, dt$

$$\vec{OM} - \vec{OM_0} = \frac{1}{2} g t^2\cdot\vec{j} + V_0 t\,\vec{i} \quad 0.5$$

مع $\vec{OM_0} = \vec{OO} = \vec{0}$

إذن : $\vec{OM} = x(t)\,\vec{i} + y(t)\,\vec{j} = \frac{1}{2} g t^2\vec{j} + V_0 t\,\vec{i}$ $\Rightarrow$ (0.5) $x(t) = V_0 t$

$y(t) = \frac{1}{2} g t^2$

من عبارة $x(t)$ نحصل على $t = \frac{x}{V_0}$ ثم نعوض في $y$ لنجد معادلة المسار :

$$\boxed{y = \frac{1}{2} g\cdot\frac{x^2}{V_0}} \quad 0.5$$

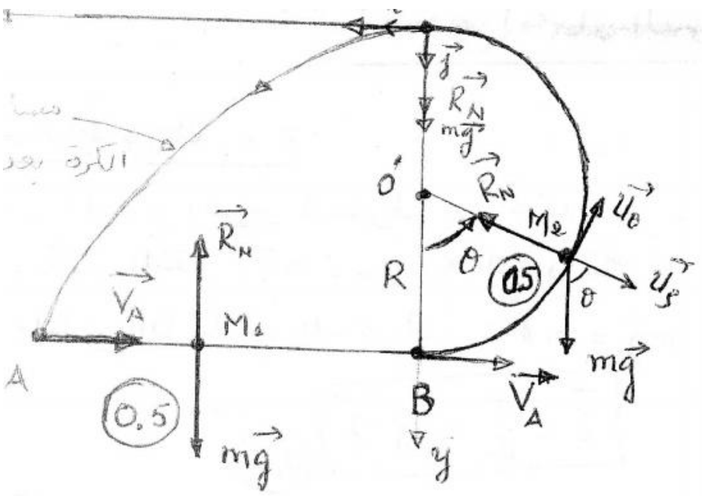
$\Leftarrow$ المسار قطع مكافئ قمته في O .

نحصل على موقع ارتطام الجسم بالأرض لما $y = h$ و نجد :

$$\boxed{d = \sqrt{2 V_0^2 h/g}} \quad 0.5$$

### الجزء II :

الحركة من دون احتكاك $\Leftarrow$ قوة رد الفعل هي دائما عمودية على المسار و نرمز لها بـ $\vec{R_N}$ .




1 - فوق AB لدينا :

(0,25) $\vec{R}_N + m\vec{g} = m\vec{\gamma} = \vec{0}$

لأن : $\vec{R}_N = -m\vec{g}$

الحركة بين A و B هي حركة مستقيمة منتظمة. بسرعة ثابتة و

$$\boxed{\vec{V}_A = \vec{V}_{M_1} = \vec{V}_B}$$ (0,25)

2 - أ - القوى التي تؤثر في الكرة عند $M_2$ هي رد الفعل $\vec{R}_N$ و $m\vec{g}$

ب - معادلة الحركة هي :

(0,25) $m\vec{g} + \vec{R}_N = m\vec{\gamma}$

إسقاط معادلة الحركة في المعلم القطبي $(O', \vec{u}_\rho, \vec{u}_\theta)$ يعطينا

(0,5) $mg\cos\theta\,\vec{u}_\rho - mg\sin\theta\,\vec{u}_\theta - R_N\,\vec{u}_\rho = -mR\dot{\theta}^2\,\vec{u}_\rho + mR\ddot{\theta}\,\vec{u}_\theta$

لأن : $\vec{OM} = R\,\vec{u}_\rho \Leftarrow \vec{V} = R\dot{\theta}\,\vec{u}_\theta \Leftarrow \vec{\gamma} = -R\dot{\theta}^2\vec{u}_\rho + R\ddot{\theta}\,\vec{u}_\theta$

(0,25)

المعادلة الشعاعية تعطينا :

$$(0,5)\ \begin{cases} mg\cos\theta - R_N = -mR\dot{\theta}^2 & (1) : \vec{u}_\rho \text{ فوق} \\ -mg\sin\theta = mR\ddot{\theta} & (2) : \vec{u}_\theta \text{ فوق} \end{cases}$$

ت - المعادلة التفاضلية (2) يمكن أن تكتب : $-g\sin\theta = R\dfrac{d\dot{\theta}}{dt}$ (0,25)

وبجدائها في $\dot{\theta}$ نحصل على :

(0,25) $-g\sin\theta\dfrac{d\theta}{dt} = R\dot{\theta}\dfrac{d\dot{\theta}}{dt}$ أو : $-g\sin\theta\, d\theta = R\dot{\theta}\, d\dot{\theta}$

وهي معادلة تفاضلية مفصولة المتغيرات $\theta$ و $\dot{\theta}$ .

إذن : $\displaystyle\int_{\dot{\theta}_0}^{\dot{\theta}} R\dot{\theta}\, d\dot{\theta} = \int_0^{\theta} -g\sin\theta\, d\theta$ (0,5) وعندما نكامل نجد

(0.5) $g[\cos\theta - 1] = \dfrac{R\dot{\theta}^2}{2} - \dfrac{R\dot{\theta}_0^2}{2}$ ، وبما أنه فوق المسار الدا

BC : $\vec{V} = R\dot{\theta}\,\vec{u}_\theta$ أي $V_{M_2} = R\dot{\theta}$ و $V_B = V_A = R\dot{\theta}_0$ (0,25)

بأن السرعة $V_{M_2}$ في النقطة $M_2$ محددة بالعلاقة :

$$\boxed{V_{M_2}^2 = 2g\cdot R\cdot[\cos\theta - 1] + V_A^2}$$ 0,5

وبتعويض $R\dot{\theta}^2$ بـ $\frac{V_{M_2}^2}{R}$ في المعادلة (1) للسؤال السابق :

$$\boxed{R_N = mg\,[3\cos\theta - 2] + \frac{m V_A^2}{R}}$$ 0.5

3 - فوق المسار الدائري BC ، $\vec{R}_N$ عمودية عليه أي لا تعمل
والقوة الوحيدة العاملة هي إذن $m\vec{g}$ وهي قوة محافظ 0.5
فوق المسار BC الطاقة الميكانيكية
محفوظة و : $E_m = E_p + E_c$ هي لما
عندما نأخذ مبدأ الطاقة الكامنة للقوة $m\vec{g}$ عند المسار AB فإننا نحصل على : $E_c(B) + E_p(B) = E_c(M_2) + E_p(M_2)$ . 0.5

$$\frac{1}{2} m V_A^2 + 0 = \frac{1}{2} m V_{M_2}^2 + mg\cdot R\cdot[1 - \cos\theta]$$ 0,5

ونجد :

$$\boxed{V_{M_2}^2 = 2\cdot g\cdot R\,[\cos\theta - 1] + V_A^2}$$ 0,25

ومن العلاقة (1) السابقة نجد مرة أخرى :

$$\boxed{R_N = mg\,[3\cos\theta - 2] + \frac{m V_A^2}{R}}$$ 0,25

4 - لكي تصل الكرة إلى النقطة يجب أن تكون $R_N > 0$ 0,25 . أصغر
لـ $R_N$ نحصل عليها لما : $\cos\theta = -1$ أي لما : $\theta = \pi$ عند النقطة
إذن الشرط اللازم لكي تصل الكرة إلى C هو :

$$R_N(C) \geqslant 0 \Rightarrow mg\,[3\cos\pi - 2] + \frac{mV_A^2}{R} \geqslant 0 \Rightarrow \boxed{V_A^2 \geqslant 5\cdot g\cdot R}$$

0,25 0,25 0,25

5 - السرعة $V_C$ نجدها باستعمال عبارة $V_{M_2}$ لما $\theta = \pi$ وهي:

$$\boxed{V_C^2 = V_A^2 - 4Rg \geq g \cdot R} \quad 0,5$$

بعد النقطة C تصير $\vec{R}_N$ شاقولية مثل $m\vec{g}$ ، ولهذا فإن الكرة تغادر المسار عند النقطة C و تكون في حالة (0,5) سقوط حر تحت تأثير الثقل $m\vec{g}$ فقط و بسرعة إبتدائية أفقية $\vec{V}_C$ . هذا السقوط يشبه تماما السقوط الحر الذي رأيناه في الجزء I .

6 - مسار الكرة بعد النقطة C هو قطع مكافئ معادلته

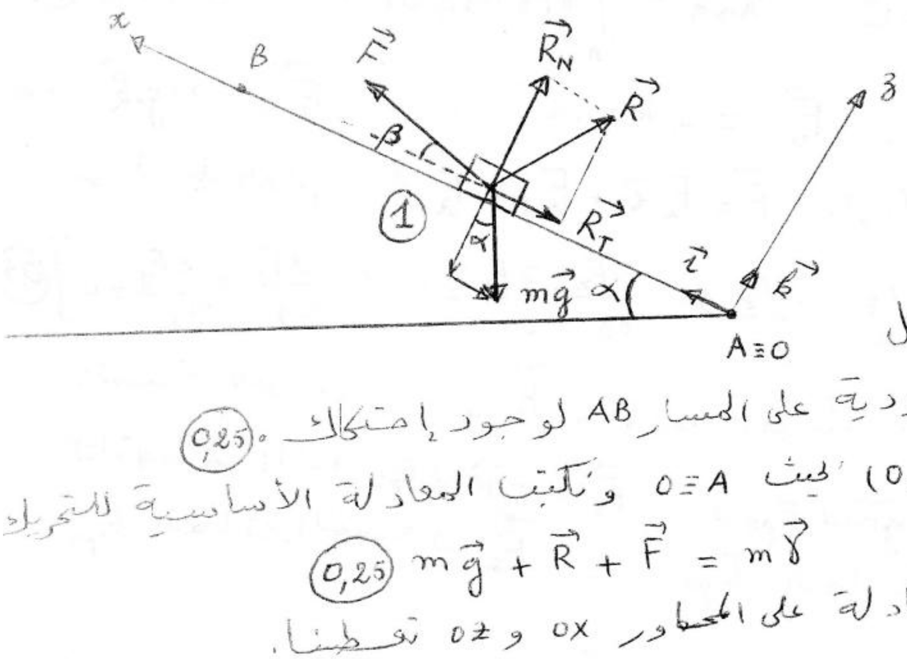
$y = \frac{1}{2} g \frac{x^2}{V_C}$ بالنسبة للمعلم $(C, \vec{i}, \vec{j})$

لكي تسقط الكرة في النقطة الإبتدائية $A(3R, 2R)$ يجب أن تكون:

$$AB = 3R = \sqrt{2 V_c^2 \cdot \frac{2R}{g}} \quad 0,5$$

وبتعويض $V_C$ نجد: $9R^2 = 2\left[V_A^2 - 4 \cdot g \cdot R\right] \cdot \frac{2R}{g}$ أو $\boxed{V_A = \frac{5}{2}\sqrt{g \cdot R}}$ (0,5)

التمرين الثاني :




1-1 - القوى التي تؤثر في الصندوق هي:

الثقل $m\vec{g}$ ، رد الفعل $\vec{R}$ وهي ليست عمودية على المسار AB لوجود إحتكاك. (0,25)

نعتبر الجملة $(O, \vec{i}, \vec{k})$ حيث $O \equiv A$ ونكتب المعادلة الأساسية للتحريك

$$0,25 \quad m\vec{g} + \vec{R} + \vec{F} = m\vec{\gamma}$$

بإسقاط هذه المعادلة على المحاور ox و oz نحصل على:

$$\begin{cases} -mg\sin\alpha - R_T + F\cos\beta = m\dfrac{d^2x}{dt^2} & (1) \\ -mg\cos\alpha + R_N + F\sin\beta = m\dfrac{d^2z}{dt^2} & (2) \end{cases}$$

فوق $\vec{ox} \leftarrow$ ، فوق $\vec{oz} \leftarrow$ (0,5)

$\dfrac{d^2z}{dt^2} = 0$ لأنه لا توجد حركة في الإتجاه oz وتعطينا: $\boxed{R_N = mg\cos\alpha - F\sin\beta}$ (0,25)

إذن: $\boxed{R_T = f.R_N = f\,mg\cos\alpha - f.F\sin\beta}$ (0,25)

للحصول على حركة للصندوق في الإتجاه ox $\Leftarrow \dfrac{d^2x}{dt^2} > 0$ (0,25)

أي: $F\cos\beta > R_T + mg\sin\alpha$

وبتعويض $R_T$ نجد: (0,25)

$$\boxed{F > \frac{mg\left[\sin\alpha + f\cos\alpha\right]}{\cos\beta + f\sin\beta}}$$

ت. ع.:

$$F > 323.55\ N$$

ب- عمل الرجل = عمل القوة $\vec{F}$ التي يسحب بها الصندوق

$$d\vec{W} = \vec{F}.\vec{dl} = \|\vec{F}\|.\cos\beta.dl \quad (0,5)$$

$(\vec{dl} = dx.\vec{i})$

$$W_{A\to B} = \int_A^B \|\vec{F}\|\cos\beta\, dl = \|\vec{F}\|.\cos\beta.L \quad (0,5)$$

ت.ع: $W_{A\to B} = 6893.65\ J$

ج- $\vec{F_1} = -mg.\vec{k}$ ، $\vec{F_2} = -k.x.\vec{i}$ . عندما نكتب القوة من الشكل العام: $\vec{F} = F_x\vec{i} + F_y\vec{j} + F_z.\vec{k}$ يمكن أن نتأكد بسهولة

$$\vec{F_1} = \vec{0},\ \vec{F_2} = \vec{0} \Longleftrightarrow \left[\frac{\partial F_y}{\partial z} = \frac{\partial F_z}{\partial y} = 0,\ \frac{\partial F_x}{\partial z} = \frac{\partial F_z}{\partial x} = 0,\ \frac{\partial F_x}{\partial y} = \frac{\partial F_y}{\partial x} = 0\right] \quad (0,5)$$

بالنسبة للقوتين $\vec{F_1}$ و $\vec{F_2}$ . إذن القوتان محافظتان ويمكن كتابتهما من الشكل: $\vec{F_1} = -\vec{grad}\,E_{p1}$ و $\vec{F_2} = -\vec{grad}\,E_{p2}$ حيث $E_{p1}$ الطاقة الكامنة لـ $\vec{F_1}$ و $E_{p2}$ الطاقة الكامنة لـ $\vec{F_2}$

$$-mg\,\vec{k} = -\frac{\partial E_{p1}}{\partial x}\vec{i} - \frac{\partial E_{p1}}{\partial y}\vec{j} - \frac{\partial E_{p1}}{\partial z}\vec{k} \Leftarrow \vec{F}_1 = -\overrightarrow{grad}\,E_{p1}$$

(0,25)

$$\left\{\begin{array}{l} \frac{\partial E_{p1}}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial E_{p1}}{\partial y} = 0 \\ \frac{\partial E_{p1}}{\partial z} = mg \end{array}\right.$$

أي: $E_{p1}$ هي دالة لـ $z$ فقط ⇐ (النظام أعلاه)

$$dE_{p1} = \int mg\,dz \Leftarrow \frac{\partial E_{p1}}{\partial z} = \frac{dE_{p1}}{dz} = mg$$

(0,25)

وجد: $E_{p1} = mgz + C_1$ ، ومبدأ الطاقة الكامنة عند النقطة

يعطينا: $E_{p1}(0) = C_1 = 0$ ⇐ (0,25) $\boxed{E_{p1}(z) = mgz}$

- يمكن الحصول على عبارة الطاقة الكامنة من العلاقة: $W = -dE_p$

$$\Leftarrow dW(\vec{F}_2) = -dE_{p2}$$

(0,25) $dE_{p2} = -\vec{F}_2 \cdot \vec{dl}$

$$dE_{p2} = -k.x\,\vec{i}\cdot\vec{dl} = kx\,dx \Leftarrow \vec{dl} = dx\,\vec{i} + dy\,\vec{j} + dz\,\vec{k}$$

(0,25)

$$E_{p2}(x) = \frac{1}{2}kx^2 + C_2$$

$$(0,25)\ \boxed{E_{p2}(x) = \frac{1}{2}kx^2} \Leftarrow E_{p2}(0) = C_2 = 0$$

3 -

$$\vec{F} = -\frac{\partial E_p}{\partial x}\vec{i} - \frac{\partial E_p}{\partial y}\vec{j} - \frac{\partial E_p}{\partial z}\vec{k} \Leftarrow \vec{F} = -\overrightarrow{grad}\,E_p$$

(0,25) (0,25)

$$(0,5)\ \boxed{\vec{F} = -k_1 x\,\vec{i} - k_2 y\,\vec{j} - k_3 . z .\vec{k}}$$

جامعة قسنطينة-1
قسم الفيزياء

السنة الجامعية 2013-2014
مقياس فيزياء-1 (LMD)

# الامتحان الأول في الفيزياء

## - التمرين الأول : ( 08 نقاط )

1- أذكر قوانين نيوتن الثلاثة و التي تصف حركة الأجسام المادية

2- أكتب عبارة شعاع التسارع $\vec{\gamma}$ في الإحداثيات القطبية، و استنتج مركبات القوة $\vec{F}(F_\rho, F_\theta)$ المؤثرة في الجسم المتحرك.

3- في حالة ما إذا كان المقدار $\rho^2\left(\frac{\partial\theta}{\partial t}\right)$ ثابتاً، بين أن واحدة من مركبتي القوة تصبح معدومة، ثم استنتج أن القوة تكون مركزية، حدد مركزها.

4- إذا اعتبرنا حركة الأرض حول الشمس دائرية، نصف قطرها $R_0$ و دورها $T_0 = 365.25$ ( يوماً)، أوجد علاقة بين كتلة الشمس $M_S$ و ثابت الجاذبية العامة $G$ و $R_0$ و $T_0$.

## - التمرين الثاني : ( 12 نقطة )

في معلم ديكارتي $(Ox, Oy)$ ، تتحرك عربة ( نعتبرها نقطة مادية ) كتلتها $m$ على سكة موجهة تحت تأثير قوة محركة $\vec{F}_m$ مماسية للمسار.
المعادلة الزمنية للحركة تعطى من الشكل :

$$y(t) = b.(t - t_0)^2 \quad , \quad x(t) = a.t$$

حيث أن $a$ , $b$ و $t_0$ : ثوابت موجبة.

### - الدراسة الحركية :

1- عين المواقع المتتالية للمتحرك:
$M_1$ , $M_2$ , $M_3$ من أجل الأزمنة : $t_1 = \frac{1}{2}t_0$ , $t_2 = t_0$ , $t_3 = 2t_0$

2- أوجد معادلة المسار $y = f(x)$ ، ثم مثله في المعلم بين $M_1$ و $M_3$.

3- أحسب عبارتي شعاعي السرعة $\vec{V}$ و التسارع $\vec{\gamma}$ ، ماذا تلاحظ ؟

### - الدراسة الديناميكية :

مجموعة القوى المؤثرة في العربة هي : القوة المحركة $\vec{F}_m$ ، قوة الثقل $\vec{P} = -mg.\vec{j}$ و قوة رد الفعل الناظمي للسكة $\vec{N}$.

4- أكتب عبارة محصلة القوى بدلالة القوى المؤثرة من جهة، و بدلالة $m$ و $b$ من جهة ثانية.

5- أوجد مركبات شعاع الواحدة المماسي $\vec{U}_T$، ثم استنتج مركبات شعاع الواحدة الناظمي $\vec{U}_N$.

6- أكتب مرة ثانية عبارة معادلة الحركة السابقة ( السؤال 4 ) في المرجع $(\vec{U}_T, \vec{U}_N)$.

7- استنتج شدة القوى : $\|\vec{F}_m\|$ و $\|\vec{N}\|$ ، هل يمكن أن تنعدم هذه القوى ؟ حدد المواقع إن أمكن.

تصحيح الامتحان
الأول في الفيزياء

## التمرين الأول

1) قوانين نيوتن (1 ن)

أ) مبدأ العطالة: يحافظ الجسم الحر (المعزول) على عطالته أي على حالته السكونية أو الحركية. بمعنى يبقى ساكنا إذا كان ساكنا في الأصل. أو يتحرك بحركة مستقيمة منتظمة بالنسبة لمعلم (R) عطالي

0,25

ب) قانون الحركة: في معلم عطالي (R) يتناسب تغير الدفع الخطي لجسم مع محصلة القوى التي يخضع لها

0,75

$$\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt}$$

ج) مبدأ الفعلين المتبادلين

إذا أثرت جملة A على جملة أخرى B بقوة $\vec{F}_{A/B}$ فإن الجملة B تؤثر كذلك على A بقوة $\vec{F}_{B/A}$ تساويها في الشدة وتعاكسها في الاتجاه

0,5

$$\vec{F}_{A/B} = -\vec{F}_{B/A}$$

وهذا يبقى صالحا مهما كانت الحالة الحركية لـ A بالنسبة لـ B.

2) في الاحداثيات القطبية $(\rho,\theta)$ (2pts)

$\gamma_\rho = \ddot{\rho} - \rho\dot{\theta}^2$ (0,5)

$\gamma_\theta = 2\dot{\rho}\dot{\theta} + \rho\ddot{\theta}$ (0,5)

مع $\dot{\rho} = \frac{d\rho}{dt}$ , $\dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt}$ , $\ddot{\rho} = \frac{d^2\rho}{dt^2}$ و $\ddot{\theta} = \frac{d^2\theta}{dt^2}$

انطلاقا من قانون الحركة $\sum \vec{F} = m\vec{\gamma}$

نحصل على

$F_\rho = m(\ddot{\rho} - \rho\dot{\theta}^2)$ (0,5)

$F_\theta = m(2\dot{\rho}\dot{\theta} + \rho\ddot{\theta})$ (0,5)

3) حساب $\frac{d}{dt}(\rho^2\dot{\theta})$ (2pts)

$\frac{d}{dt}(\rho^2\dot{\theta}) = 2\rho\dot{\rho}\dot{\theta} + \rho^2\ddot{\theta} = \rho(2\dot{\rho}\dot{\theta} + \rho\ddot{\theta})$ (0,75)

$= \rho\,\gamma_\theta$

إذا كان المقدار $\rho^2\dot{\theta}$ ثابتا فإن $\gamma_\theta = 0$ إذا كان (0,25)

$\rho \neq 0$ مهما كان الزمن

$\gamma_\theta = 0 \Leftarrow F_\theta = 0$ و هذا يعني أن $\vec{F} = m\gamma_\rho \vec{u_\rho}$

لدينا $\|\vec{OM}\| = \rho$

$\vec{F} = F_\rho \vec{u_\rho} = F_\rho \frac{\vec{OM}}{\rho}$ (0,5)

يعني أن حاملة $F$ تحتوي النقطة "O"

وبالتالي فالقوة مركزية مركزها "O" (0,5)

٢) تخضع الارض إلى قوة تجاذبية من طرف الشمس

شدتها $F = \frac{G m_m m_s}{R_0^2}$

وحسب قانون الحركة $\sum \vec{F} = m\vec{J}$

$\Leftarrow$ $G\frac{m_m m_s}{R_0^2} = mJ = m_m \frac{v^2}{R_0}$ (1)

حركة دائرية $R_0 w^2 = J = \frac{v^2}{R_0}$

$$\frac{G m_m m_s}{R_0^2} = m_m R_0 w^2$$

وبما أن الارض تكمل دورة في $T = \frac{2\pi}{w}$ (0,5)

$\Leftarrow$ $w = \frac{2\pi}{T}$ $\Leftarrow$ $\frac{G m_s}{R_0^2} = R_0 \frac{4\pi^2}{T^2}$

$\Leftarrow$ $\boxed{T^2 = \frac{4\pi^2 R_0^3}{G m_s}}$ (0,5)

التمرين الثاني

$x(t) = at \; ; \; y(t) = b(t-t_0)^2$

الدراسة الحركية

$M_1\left(\frac{t_0}{2}\right) \rightarrow \left(\frac{at_0}{2}, \frac{bt_0^2}{4}\right) \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{at_0}{2} \Rightarrow \frac{x_1}{at_0} = 1/2 \\ y_1 = \frac{bt_0^2}{4} \Rightarrow \frac{y_1}{bt_0^2} = 1/4 \end{cases}$

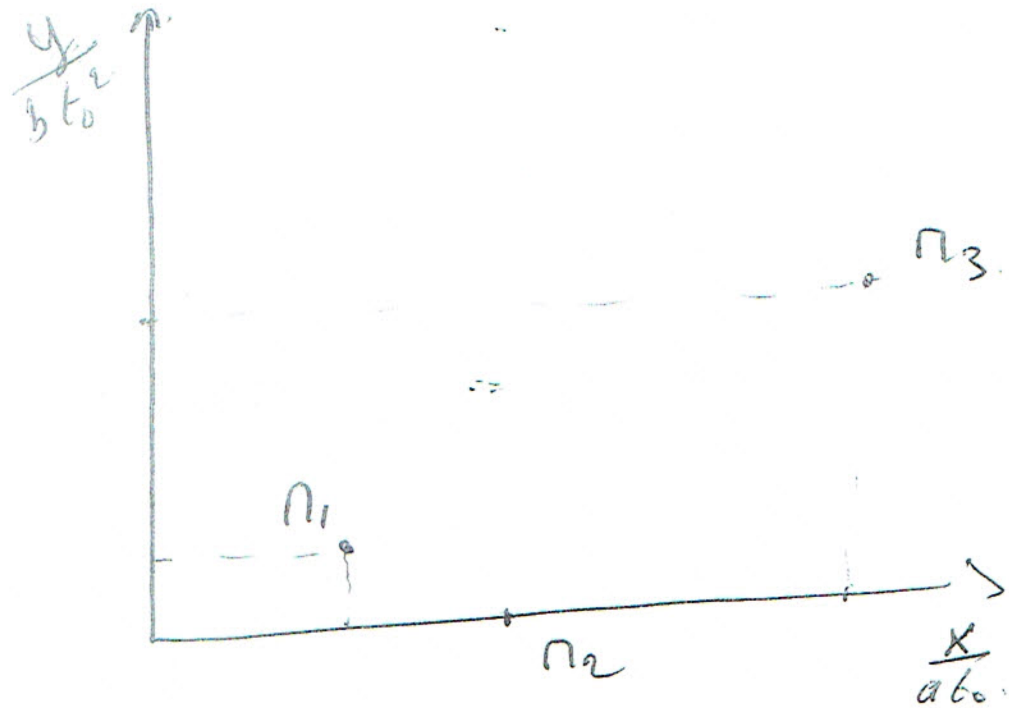
0,5

$M_2(t_0) \rightarrow (at_0, 0) \Rightarrow \begin{cases} x_2 = at_0 \Rightarrow \frac{x_2}{at_0} = 1 \\ y_2 = 0 \Rightarrow \frac{y_2}{bt_0^2} = 0 \end{cases}$

0,5

$M_3(2t_0) \rightarrow (2at_0, bt_0^2) \Rightarrow \begin{cases} x_3 = 2at_0 \quad \frac{x_3}{at_0} = 2 \\ y_3 = bt_0^2 \quad \frac{y_3}{bt_0^2} = 1 \end{cases}$

0,5




0,5

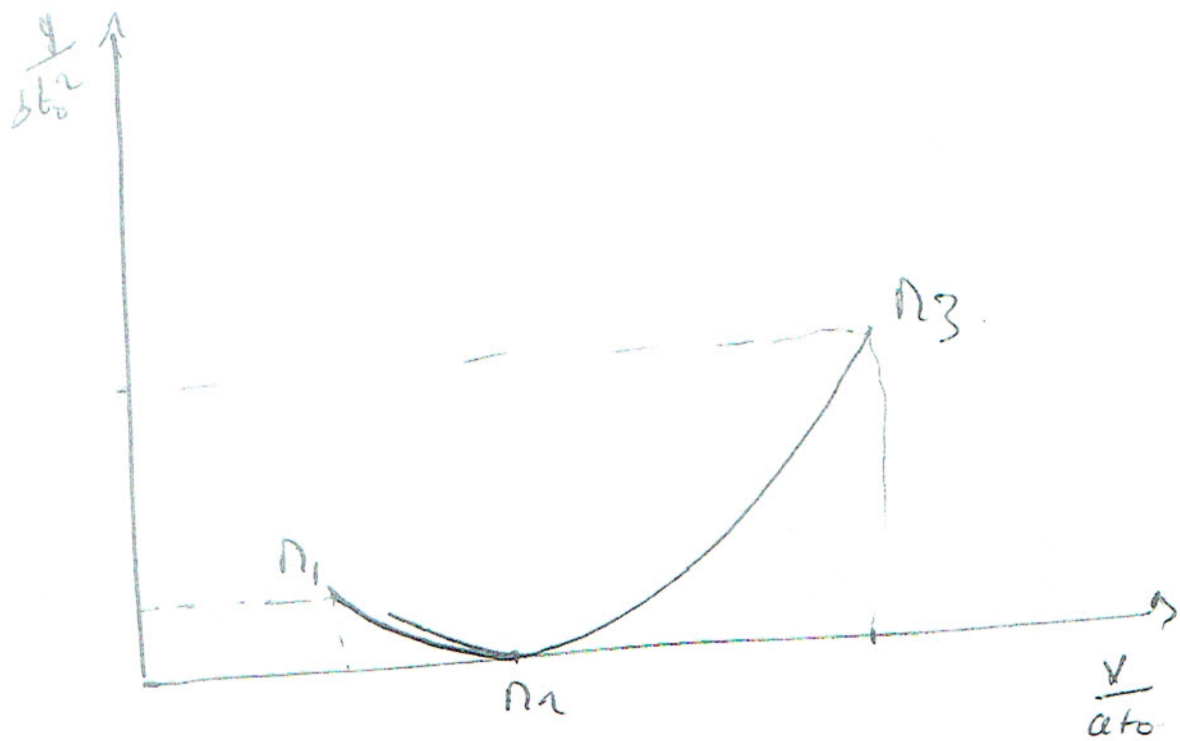
2) ايجاد معادلة المسار

(1) $x = at \Rightarrow t = \frac{x}{a}$

وبالتعويض في $y$ نحصل على

$$y = b\left(\frac{x}{a} - t_0\right)^2 = bt_0^2\left(\frac{x}{at_0} - 1\right)^2$$

وهي معادلة قطع مكافئ




3) حساب شعاع السرعة:

$$\vec{v} = \begin{cases} \frac{dx}{dt} = a & (0,5) \\ \frac{dy}{dt} = 2b(t - t_0) & (0,5) \end{cases}$$

$$\vec{v} = a\vec{i} + 2b(t - t_0)\vec{j}$$

$$\|\vec{v}\| = \sqrt{a^2 + 4b^2(t - t_0)^2} = a\sqrt{1 + 4\frac{b^2}{a^2}(t - t_0)^2} \quad (0,5)$$

$$\vec{\gamma} = \begin{cases} \frac{d^2x}{dt^2} = 0 & (0,5) \\ \frac{d^2y}{dt^2} = 2b > 0 & (0,5) \end{cases}$$

الحركة منتظمة وفق المحور x ومتسارعة وفق المحور y وهذا يعني ان المسار قطع مكافئ. 0,5

<u>الدراسة الديناميكية</u>

4) $\vec{R} = \vec{F}_m + \vec{N} + \vec{P}$ 0,75

وحسب قانون الحركة فإن $\vec{R} = m\vec{\gamma}$

من السؤال 3 فإن $\vec{\gamma} = 2b\vec{j} \Rightarrow \vec{R} = 2bm\vec{j}$ 0,75

وهذا يعني ان $\vec{R}$ موجهة نحو الأعلى

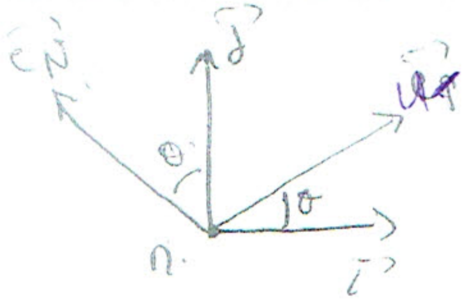
5) في المعلم الذاتي عبارة شعاع السرعة يكتب

$\vec{v} = \|v\| \vec{u}_T \Rightarrow$

$$\vec{u}_T = \frac{\vec{v}}{\|\vec{v}\|}$$ 0,5

$$\vec{u}_T = \frac{a\vec{i} + 2b(t-t_0)\vec{j}}{a\sqrt{1 + 4\frac{b^2}{a^2}(t-t_0)^2}}$$

$$\vec{u}_T = \begin{cases} \dfrac{a}{\|\vec{v}\|} \\ \dfrac{2b(t-t_0)}{\|\vec{v}\|} \end{cases}$$ 0,75




$\vec{u_T} = \cos\theta\,\vec{i} + \sin\theta\,\vec{j}$

$\vec{u_N} = -\sin\theta\,\vec{i} + \cos\theta\,\vec{j}$

$\cos\theta = \dfrac{a}{\|\vec{v}\|}$ , $\sin\theta = \dfrac{2b(t-t_0)}{\|\vec{v}\|}$

$$\vec{e_N} \begin{cases} -\dfrac{2b(t-t_0)}{\|\vec{v}\|} \\ \dfrac{a}{\|\vec{v}\|} \end{cases}$$ 0,75

(6

$\vec{N} = N\vec{e_N}$ $\vec{F_m} = F_m\,\vec{e_T}$

$\vec{P} = -mg\,\vec{j}$ $\vec{j} = 2b\,\vec{j}$

حساب $\vec{j}$ بدلالة $\vec{e_T}$ و $\vec{e_N}$

$v = \|\vec{v}\|$

$\vec{e_T} = \dfrac{a}{v}\vec{i} + \dfrac{2b(t-t_0)}{v}\vec{j}$

$v\vec{e_T} = a\vec{i} + 2b(t-t_0)\vec{j}$ (1)

$v\vec{e_N} = -2b(t-t_0)\vec{i} + a\vec{j}$ (2)

$2b\,v(t-t_0)\vec{e_T} = 2ab(t-t_0)\vec{i} + 4b^2(t-t_0)^2\vec{j} \Leftarrow 2b(t-t_0)\times(1)$

$a\,v\,\vec{e_N} = -2ab(t-t_0)\vec{i} + a^2\vec{j} \Leftarrow a\times(2)$

$$\begin{cases} 2b\,v(t-t_0)\,\vec{e_T} = 2ab(t-t_0)\,\vec{i} + 4b^2(t-t_0)^2\,\vec{j} \\ a\,v\,\vec{e_N} = -2ab(t-t_0)\,\vec{i} + a^2\,\vec{j} \end{cases}$$

$$v\left\{2b(t-t_0)\vec{e_T} + a\vec{e_N}\right\} = \left\{a^2 + 4b^2(t-t_0)^2\right\}\vec{j}$$

$$v\left\{2b(t-t_0)\vec{e_T} + a\vec{e_N}\right\} = \|v\|^2\,\vec{j}$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{j} = \frac{2b(t-t_0)}{\|v\|}\vec{e_T} + \frac{a}{\|v\|}\vec{e_N}}$$ (1)

$$\vec{N} + \vec{F_m} + \vec{P} = 2mb\,\vec{j}$$

$$N\vec{e_N} + F_m\vec{e_T} - mg\frac{2b(t-t_0)}{\|v\|}\vec{e_T} - \frac{mga}{\|v\|}\cdot\vec{e_N} = 2mb\left\{\frac{2b(t-t_0)}{\|v\|}\vec{e_T} + \frac{a}{\|v\|}\vec{e_N}\right\}$$ (1)

(7)

وفق $\vec{e_N}$

$$N - \frac{mga}{v} = 2mb\frac{a}{\|v\|}$$

$$\Rightarrow \boxed{N = \frac{am}{\|v\|}(g + 2b)}$$ (0,75)

وفق $\vec{e_T}$

$$F_m - 2b\frac{mg}{\|v\|}(t-t_0) = \frac{4mb^2(t-t_0)}{\|v\|}$$

$$\boxed{F_m = \frac{2mb(t-t_0)}{\|v\|}(g + 2b)}$$ (0,75)

بما أن $a>0$ و $b>0$ فلا يمكن لـ N أن تنعدم

١ بينما $F$ تنعدم عند $t = t_0$.

جامعة الاخوة منتوري

السنة الاولى علوم المادة

يوم 25 جانفي 2015

امتحان في مقياس الفيزياء 1 (24)

**تمرين 1 (7 نقاط)**: تتحرك نقطة مادية في المعلم ( Ox , Oy ) وفق المعادلة الزمنية : (8.5)

$$y(t) = (t-1)^2 \quad و \quad x(t) = t$$

1- عين معادلة المسار ثم مثله في المعلم. حدد نقطة بداية الحركة $M_0$. (1.5)

2- استخرج عبارتي شعاعي السرعة $\vec{V}$ والتسارع $\vec{\gamma}$ . اوجد قيمة شعاع السرعة الابتدائية $\overrightarrow{V_0}$ ومثله على المسار. (2)

3- احسب شعاعي التسارع المماسي $\overrightarrow{\gamma_T}$ والناظمي $\overrightarrow{\gamma_N}$ ثم استخرج عبارة نصف قطر الانحناء. (3.5)

4- على مسار النقطة المتحركة : ا- أين تكون الحركة متسارعة ب- أين تكون الحركة متباطئة ج- أين تكون طويلة السرعة صغرى. في الحالة الاخيرة ج- مثل شعاعي السرعة والتسارع على المسار واستنتج قيمة نصف قطر الانحناء. (1,5)

**تمرين 2 (7نقاط)** : شخص كتلته m يتزحلق على مستوي مائل $\overline{AB}$ طوله L وزاوية ميله α مع وجود احتكاك معامله f بحيث $f = \frac{\|\vec{T}\|}{\|\vec{N}\|}$ ( $\vec{T}$ تمثل قوة الاحتكاك المماسية و $\vec{N}$ قوة رد الفعل الناظمية). ينطلق الشخص من النقطة A بدون سرعة ابتدائية. (8.5)

1- أكتب المعادلة الاساسية للتحريك ثم استنتج السرعة التي يصل بها إلى نهاية المنحدر عند النقطة B. (3)

2- عند نهاية المستوي المائل يستمر المتزحلق على مستوي أفقي BC بنفس معامل الاحتكاك. استنتج المسافة التي يقطعها المتزحلق على BC حتى يتوقف. (2,25)

3- اعد الاجابة على السؤالين السابقين باستعمال مفهوم الطاقة الميكانيكية. (3.25)

**تمرين 3 (7 نقاط)** : في المسوي ( Oy , Ox ) لجملة الاحداثيات الديكارتية نعتبر حقل القوة $\vec{F} = 2xy\vec{\imath} + x^2\vec{\jmath}$ والنقاط A(2,0) , B(0,4) , C(2,4). (7)

1- أحسب العمل لنقل نقطة مادية توجد تحت تأثير هذه القوة من المبدأ O إلى النقطة C على المسارات التالية: (4)
ا- على القطعة المستقيمة OA ثم القطعة المستقيمة AC. ب- على القطعة المستقيمة OB ثم القطعة المستقيمة BC. ج- على القطع المكافئ $y = x^2$ . ماذا تلاحظ ؟ بين أن حقل القوة $\vec{F}$ محافظ.

2- من بين الدوال السلمية التالية أيهم تمثل الطاقة الكامنة للقوة $\vec{F}$ : $E_p = -xy^2 + C$ ، $E_p = -2x^2y + C$ ثم $E_p = -x^2y + C$ . (2)

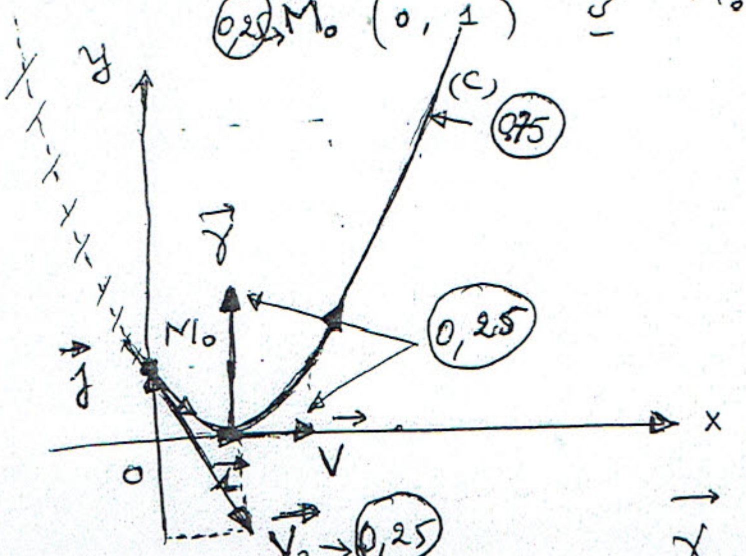
3- أعد حساب عمل القوة $\vec{F}$ بين النقطتين O و C باستعمال الطاقة الكامنة. (1)

تصحيح امتحان الفيزياء 1

تمرين 1 : 1 - معادلة المسار :

(0,5) $y = (x-1)^2 = x^2 - 2x + 1$

نقطة الإنطلاق $M_0$ هي $M_0\,(0,1)$ (0,25)




$\vec{V} = \vec{i} + 2(t-1)\vec{j}$ -2 (0,75)

$\vec{\gamma} = 2\vec{j}$ (0,75)

$\vec{V_0} = \vec{i} - 2\vec{j}$ (0,25)

$~~v = \sqrt{4t^2 - 8t + 5}~~$

$~~\gamma_T = \frac{4t - 4}{\sqrt{4t^2 - 8t + 5}}~~$

3 - $\vec{\gamma}_T = \frac{d\|\vec{V}\|}{dt}.\vec{u}_T = \frac{\vec{V}.\vec{\gamma}}{\|\vec{V}\|}.\vec{u}_T$

$\vec{u}_T = \frac{\vec{V}}{\|\vec{V}\|} = \frac{\vec{i} + 2(t-1)\vec{j}}{\sqrt{1+4(t-1)^2}}$ (0,5) , $\frac{\vec{V}.\vec{\gamma}}{\|\vec{V}\|} = \frac{4(t-1)}{\sqrt{1+4(t-1)^2}}$

$\vec{\gamma}_T = \frac{4(t-1)}{1+4(t-1)^2}.\vec{i} + \frac{8(t-1)^2}{1+4(t-1)^2}.\vec{j}$ (1)

$\vec{\gamma}_N = \vec{\gamma} - \vec{\gamma}_T = \frac{-4(t-1)}{1+4(t-1)^2}.\vec{i} + \frac{2}{1+4(t-1)^2}.\vec{j}$ (1)

$\|\vec{\gamma}_N\|^2 = \frac{16(t-1)^2}{[1+4(t-1)^2]^2} + \frac{4}{[1+4(t-1)^2]^2} = \frac{4[1+4(t-1)^2]}{[1+4(t-1)^2]}$

$\|\vec{\gamma}_N\| = \frac{2}{\sqrt{1+4(t-1)^2}}$ (0,5) , $\xrightarrow{\text{أو}}$ $\|\vec{\gamma}_N\| = \frac{\|\vec{V}\wedge\vec{\gamma}\|}{\|\vec{V}\|} = \frac{2}{\sqrt{1+4(t-1)^2}}$

نصف قطر الإنحناء :

$\|\vec{\gamma}_N\| = \frac{V^2}{R} \Rightarrow R = \frac{V^2}{\|\vec{\gamma}_N\|} = \frac{[1+4(t-1)]^{3/2}}{2}$ (0,5)

4-أ- الحركة متسارعة : $\gamma_T > 0 \Leftarrow t > 1$ أو $x > 1$ .

(0,25)

لأن : $\gamma_T = \dfrac{4(t-1)}{\sqrt{1+4(t-1)^2}}$ .

ب- الحركة متباطئة : $\gamma_T < 0 \Leftarrow t < 1$ أي $x < 1$ .

(0,25)

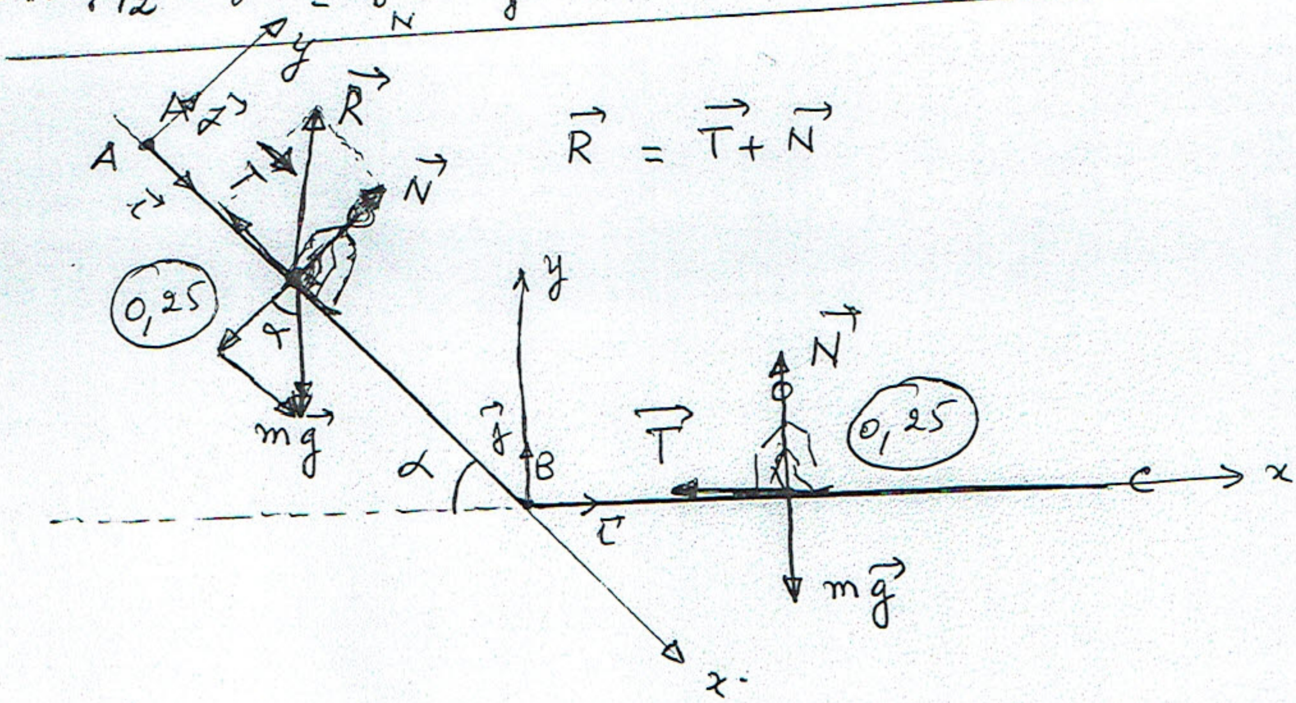
حـ- أصغر قيمة للسرعة $\|\vec{V}\|$ هي لما : $\gamma_T = 0$ أي : $t = 1$

(0,25)

$\left(\gamma_T = \dfrac{d\|\vec{V}\|}{dt} = 0 \Rightarrow \gamma_T = 0\right)$ .

لما : $t = 1 \Rightarrow \vec{V} = \vec{i}$ (0,25) ، $\vec{\gamma} = \vec{\gamma}_N = 2\vec{j}$ ، $R = 1/2$ . (0,25)

تمرين 2 :




$\vec{R} = \vec{T} + \vec{N}$

1- المعادلة الاساسية للتحريك : $\vec{T} + \vec{N} + m\vec{g} = m\vec{\gamma}$ (0,75)

في المرجع $(ox, oy)$ : $\vec{T} = -T\vec{i}$ ، $\vec{N} = N\vec{j}$ ، $m\vec{g}\begin{pmatrix} mg\sin\alpha \\ -mg\cos\alpha \end{pmatrix}$

$\vec{\gamma} = \dfrac{d^2x}{dt^2}\cdot\vec{i} + \dfrac{d^2y}{dt^2}\cdot\vec{j}$ ، وبما أنه لا توجد حركة في

الإتجاه $oy$ $\Leftarrow$ $\vec{\gamma} = \dfrac{d^2x}{dt^2}\cdot\vec{i}$ إذن :

$-T\vec{i} + N\vec{j} + mg\sin\alpha\,\vec{i} - mg\cos\alpha\cdot\vec{j} = m\dfrac{d^2x}{dt^2}\cdot\vec{i}$ . (0,75)

المعادلة الشعاعية تعطينا:

$$\begin{cases} N - mg\cos\alpha = 0 & (1) \leftarrow 0{,}25 \\ -T + mg\sin\alpha = m\dfrac{d^2x}{dt^2} & (2) \leftarrow 0{,}25 \end{cases}$$

$(1) \Leftarrow N = mg\cos\alpha$ ،

$T = f \cdot mg\cos\alpha \Leftarrow f = \dfrac{\|\vec{T}\|}{\|\vec{N}\|}$

0,25

وعندما نعوض في (2) نجد:

$\dfrac{d^2x}{dt^2} = \gamma_x = g(\sin\alpha - f\cos\alpha) = cte$ 0,25

الحركة مستقيمة متغيرة بانتظام:

$2\gamma_x(x - x_0) = V^2 - V_0^2 \Longrightarrow 2\gamma_x L = V_B^2 - V_A^2 = V_B^2 \leftarrow 0{,}25$

$V_B^2 = 2gL(\sin\alpha - f\cos\alpha) \leftarrow 0{,}25$ $\quad + 0{,}25$

أو:

$V_B = \sqrt{2g.L.(\sin\alpha - f\cos\alpha)}$

2- على الجزء BC لدينا دائما:

$0{,}5 \rightarrow \vec{T} + \vec{N} + m\vec{g} = m\vec{\gamma}$

$\vec{\gamma} = \dfrac{d^2x}{dt^2}.\vec{i}$ ، $\vec{N} = N\vec{j}$ ، $m\vec{g} = -mg\vec{j}$ ، $\vec{T} = -T\vec{i}$

وعندما نعوض في المعادلة الأساسية نجد:

$$\begin{cases} N = mg & (1) \quad 0{,}25 \\ m\dfrac{d^2x}{dt^2} = -T & (2) \quad 0{,}25 \end{cases}$$

$\gamma_x = -f \cdot g = cte \Leftarrow T = f \cdot N = f \cdot mg$ 0,25

$\Leftarrow$

$-2 \cdot f \cdot g \cdot x = -V_B^2 \Longrightarrow x = \dfrac{V_B^2}{2fg} = \dfrac{2gL(\sin\alpha - f\cos\alpha)}{2f \cdot g}$

$\leftarrow 0{,}25$ $\quad 0{,}25 + 0{,}25$

المسافة x التي يقطعها حتى يتوقف:

$x = \dfrac{2L(\sin\alpha - f\cos\alpha)}{2f}$

3- يمكن الحصول على نفس النتائج باستعمال نظرية الطاقة الحركية

$W = \Delta E_c$ (0,5) أو القانون : $W_{nc} = \Delta E$

حيث $W_{nc}$ هو عمل القوى الغير محافظة و $E$ الطاقة الميكانيكية

نستعمل هنا نظرية الطاقة الحركية :

على المستقيم $\overline{AB}$ القوى العاملة هي $\vec{T}$ و $mg\sin\alpha.\vec{i}$ والقوى $\vec{N}$ و $-mg\cos\alpha.\vec{j}$ عمودية على المسار $ox$ إذن لا تنتج عملا.

$$dW = \vec{F}\,d\vec{l} \quad \begin{cases} \vec{F} = -T\vec{i} + mg\sin\alpha.\vec{i} \\ d\vec{l} = dx.\vec{i}, \quad T = f.mg\cos\alpha \end{cases}$$

(0,25)

(0,5) $$dW = (-f\,mg\cos\alpha + mg\sin\alpha)\,dx$$

$$W_A^B = \int_0^L (-f.mg\cos\alpha + mg\sin\alpha).dx = \Delta E_c$$

(0,25) $$mg[\sin\alpha - f\cos\alpha].L = \frac{1}{2}m(V_B^2 - V_A^2)$$ (0,25)

(0,25) $$\boxed{V_B^2 = 2gL(\sin\alpha - f\cos\alpha)}$$

فوق المستقيم $BC$ القوة العاملة هي $\vec{T}$ ← $T = fmg$. (0,25)

(0,5) $$W_B^x = \int_0^x -f.mg\,dx = \frac{1}{2}m(V_x^2 - V_B^2) = -\frac{1}{2}mV_B^2$$

$$-f.mg.x = -\frac{1}{2}mV_B^2$$

$$x = \frac{2L(\sin\alpha - f\cos\alpha)}{2f} \Leftarrow x = \frac{V_B^2}{2.f.g} = \frac{2g\,L(\sin\alpha - f\cos\alpha)}{2.f.g}$$ (0,5)

تمرين 3:

0,5 $dW = \vec{F} \cdot d\vec{\ell} = 2xy\,dx + x^2\,dy$

لأن: $d\vec{\ell} = dx\,\vec{i} + dy\,\vec{j}$

1 - أ-

$$W_0^C = W_0^A + W_A^C = \int_{0,\overline{OA}}^{A} 2xy\,dx + \int_{A,\overline{AC}}^{C} x^2\,dy$$ 0,5

فوق $\overline{OA}$ : $y = 0$ و فوق $\overline{AC}$ : $x = 2$.

$$W_0^C = \int_0^4 4\,dy = 16\,[J]$$ 0,25 0,25

ب-

$$W_0^C = W_0^B + W_B^C = \int_{0,\overline{OB}}^{B} x^2\,dy + \int_{B,\overline{BC}}^{C} 2xy\,dx$$ 0,5

فوق $\overline{OB}$ : $x = 0$ و فوق $\overline{BC}$ : $y = 4$ :

$$W_0^C = \int_0^2 8x\,dx = \left[\frac{8x^2}{2}\right]_0^2 = 16\,[J]$$ 0,25 0,25

جـ- فوق المنحنى : $y = x^2$ :

$$W_0^C = \int_0^2 2xy\,dx + \int_0^4 x^2\,dy$$ 0,5

$$W_0^C = \int_0^2 2x^3\,dx + \int_0^4 y\,dy = \left[2\frac{x^4}{4}\right]_0^2 + \left[\frac{y^2}{2}\right]_0^4$$ 0,25

$$W_0^C = 8 + 8 = 16\,[J]$$ 0,25

نلاحظ أن العمل هو نفسه في الحالات الثلاثة $\Leftarrow$ $\vec{F}$ قد تكون محافظة

$\vec{F}$ محافظة $\Leftarrow$ $\frac{\partial F_x}{\partial y} = \frac{\partial F_y}{\partial x}$ وعند الحساب نجد:

0,5 $\frac{\partial F_x}{\partial y} = \frac{\partial F_y}{\partial x} = 2x \Longrightarrow$ $\vec{F}$ محافظة.

2- $E_p$ هي الطاقة الكامنة لـ $\vec{F} \Leftarrow \vec{F} = -\overrightarrow{grad}\, E_p$ 0,5

لما: $E_p = -xy^2 + c \Rightarrow -\overrightarrow{grad}\, E_p = +y^2 \vec{i} + 2yx \cdot \vec{j} \neq \vec{F}$ 0,5

لما: $E_p = -2x^2y + c \Rightarrow -\overrightarrow{grad}\, E_p = 4xy\, \vec{i} + 2x^2 \vec{j} \neq \vec{F}$ 0,5

لما: $E_p = -x^2y + c \Rightarrow -\overrightarrow{grad}\, E_p = 2xy\, \vec{i} + x^2 \vec{j} = \vec{F}$ 0,5

الطاقة الكامنة لـ $\vec{F}$ هي: $E_p = -x^2y + c$

3- $\vec{F}$ محافظة: $dw = -\, dE_p$ 0,5

$$W_0^c = E_p(0) - E_p(c) \quad 0{,}25$$

$$W_0^c = 0 + 2^2 \times 4 = 16 \,.\, [J] \quad 0{,}25$$

جامعة الإخوة منتوري- قسنطينة
كلية العلوم الدقيقة - قسم الفيزياء

مقياس فيزياء-01
السنة الجامعية 2016/2015

# الامتحان الأول في الميكانيك

**-<u>التمرين 01</u>: ( 04 نقاط )**

تعطى في المستوي $(Oxy)$، مجموعة القوى التالية:

$$\overrightarrow{F_3} = a(\ x\vec{j} + y\vec{i}\ )\ 1{,}5 \quad ، \quad \overrightarrow{F_2} = ax\vec{i} + by\vec{j}\ 1{,}5 \quad ، \quad \overrightarrow{F_1} = ay\vec{i}\ 1$$

حدد من أجل كل قوة إن أمكن، عبارة الطاقة الكامنة المرفقة، مبررا إجابتك بما يلزم.

**-<u>التمرين 02</u>: ( 09 نقاط )**

نقطة مادية $M$ كتلتها m، تتحرك داخل المستوي $(Oxy)$، وفق المعادلة الزمنية للتسارع المعرفة كما يلي :

$$\gamma_y = -12.Cos(2t) \quad ، \quad \gamma_x = -8.Sin(2t)$$

حيث في اللحظة الابتدائية كان لدينا: $M(0) = (0,3)$ و $\vec{V}(0) = 4\vec{\imath}$

1,5 - أحسب مركبتي السرعة و استنتج طويلتها

2 - أحسب فاصلتي النقطة $M$ بدلالة الزمن، ثم استنتج معادلة مسارها، مثله على الرسم و حدد نقطة بداية الحركة

1 - عند اللحظة : $t = \frac{\pi}{3}$ ، حدد قيمة كل من السرعة و التسارع و مثل ذلك على المسار

1,5 - أحسب الزاوية بين شعاعي السرعة و التسارع، ثم حدد الأزمنة و مثل النقاط التي يكونان فيها متعامدين، هل يمكن لهما أن يكونا متوازيين، ناقش ذلك

1,5 - أحسب الزاوية بين شعاع الموقع $\overrightarrow{OM}$ و شعاع التسارع $\vec{\gamma}$ ، ماذا تلاحظ كيف نسمي هذه الحركة

1,5 - أحسب الطاقة الكامنة، ثم استنتج الطاقة الميكانيكية الكلية للجمة، ماذا تلاحظ.

**-<u>التمرين 03</u>: ( 09 نقاط )**

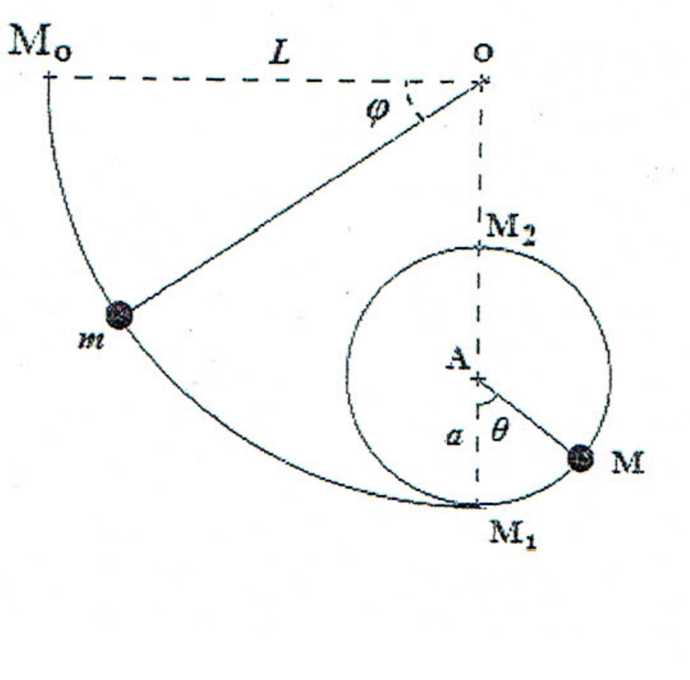
نواس بسيط طوله $L$ و كتلته $m$ ، مثبت عند النقطة $O$ ، نتركه يسقط من النقطة $M_0$ $(\varphi = 0)$ ( أنظر الشكل) بحيث يكون الخيط مشدودا تماما.

2,5 - أحسب سرعة الكتلة $m$ عندما تصل إلى النقطة $M_1$ $\left(\varphi = \frac{\pi}{2}\right)$

5 - نثبت مسمارا عند النقطة $A$ ، بحيث تكون المسافة $\overline{AM_1} = a$ ، أحسب عند النقطة الكيفية $M$ ، سرعة الكتلة $m$ و توتر الخيط.

1 - أستنتج قيمة التوتر عند النقطة $M_2$

0,5 - حدد قيمة المقدار $a$ لكي تستمر حركة الكتلة $m$ ، دائرية حول المركز $A$



# تصحيح إمتحان الفيزياء 1 — 2016 / 2015

تمرين 01: القوة $\vec{F}$ لها طاقة كامنة $\Leftarrow$ $\vec{F}$ محافظة

أي: $\overrightarrow{Rot}\,\vec{F} = \vec{0}$ أو $\frac{\partial F_x}{\partial y} = \frac{\partial F_y}{\partial x}$ (0,5)

* في حالة $\vec{F_1}$: $\frac{\partial F_{1x}}{\partial y} = a$ و $\frac{\partial F_{1y}}{\partial x} = 0$ (0,5) $\Leftarrow$ $\vec{F_1}$ ليست محافظة

* في حالة $\vec{F_2}$: $\frac{\partial F_{2x}}{\partial y} = \frac{\partial F_{2y}}{\partial x} = 0$ (0,25) $\Leftarrow$ $\vec{F_2}$ محافظة

إذن يمكن أن نكتب: $\vec{F_2} = -\overrightarrow{grad}\,E_{p2}$ (0,25) حيث $E_{p2}$ هي الطاقة الكامنة لـ $\vec{F_2}$. من العلاقة السابقة نجد:

$$\begin{cases} \frac{\partial E_{p2}}{\partial x} = -ax \\ \frac{\partial E_{p2}}{\partial y} = -bx \end{cases} \text{(0,25)} \Longrightarrow \begin{cases} E_{p2}(x,y) = -a\frac{x^2}{2} + f(x) + c & \text{(0,25)} \\ E_{p2}(x,y) = -b\frac{y^2}{2} + g(x) + c & \text{(0,25)} \end{cases}$$

بمقارنة العبارتين لـ $E_{p2}(x,y)$ نستنتج أن:

$$\boxed{E_{p2}(x,y) = -a\frac{x^2}{2} - b\frac{y^2}{2} + c} \quad \text{(0,25)}$$

* في حالة $\vec{F_3}$: $\frac{\partial F_{3x}}{\partial y} = \frac{\partial F_{3y}}{\partial x} = a$ (0,25) $\Leftarrow$ $\vec{F_3}$ محافظة.

$\vec{F_3} = -\overrightarrow{grad}\,E_{p3}$ (0,25) $\Longrightarrow$

$$\begin{cases} \frac{\partial E_{p3}}{\partial x} = -ay \\ \frac{\partial E_{p3}}{\partial y} = -ax \end{cases} \text{(0,5)}$$

وعند تكامل المشتقتين الجزئيتين لـ $E_{p3}$ نجد:

$$\boxed{E_{p3}(x,y) = -axy + c} \quad \text{(0,5)}$$

حل التمرين الثاني (02) :-

- حساب عبارة السرعة : لدينا $V_x=\int \gamma_x dt+V_{x0}$ ، $V_y=\int \gamma_y dt+V_{y0}$

نجد : $V_x=4\cos(2t)+V_{x0}$ ، $V_y=-6\sin(2t)+V_{y_0}$

عند $t=0$ : $\boxed{V_{x_0}=0} \Leftarrow V_x(0)=4$ و $\boxed{V_{y_0}=0} \Leftarrow V_y(0)=0$

ومنه 0,5 $\boxed{V_x=4\cos(2t)}$ ، 0,5 $\boxed{V_y=-6\sin(2t)}$

و طويلة السرعة : 0,5 $\boxed{\|\vec{V}\|=\sqrt{V_x^2+V_y^2}=\sqrt{16\cos^2(2t)+36\sin^2(2t)}}$

- حساب فاصلة النقطة M : $x=\int V_x dt+x_0$ ، $y=\int V_y dt+y_0$

نجد : $x=2\sin(2t)+x_0$ ، $y=3\cos(2t)+y_0$

عند $t=0$ : $\boxed{x_0=0} \Leftarrow x(0)=0$ ، $\boxed{y_0=0} \Leftarrow y(0)=3$

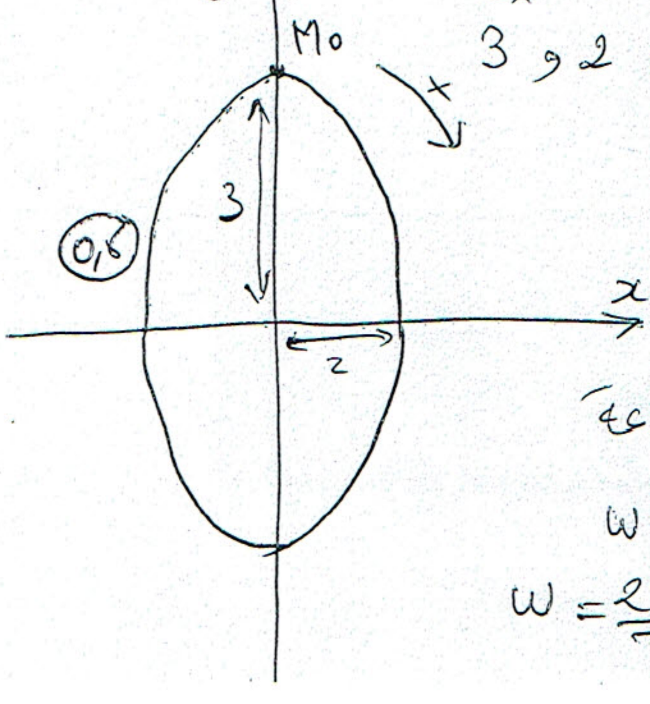
ومنه 0,5 $\boxed{x=2\sin(2t)}$ و 0,5 $\boxed{y=3\cos(2t)}$

- معادلة المسار نحصل عليها من الفاصلة فنجد 0,5 $\boxed{\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}=1}$

وهو عبارة عن قطع ناقص محوره الكبير حسب المحور $\vec{Oy}$ ، أنصاف أقطاره 2 و 3

- تبدأ الحركة عند $t=0$ ومنه

$$M_0=M(0)\begin{cases}x(0)=0\\ y(0)=3\end{cases}$$




وتكون الحركة عكس عقارب الساعة

- من العلاقة نلاحظ أن $\omega t=2t$

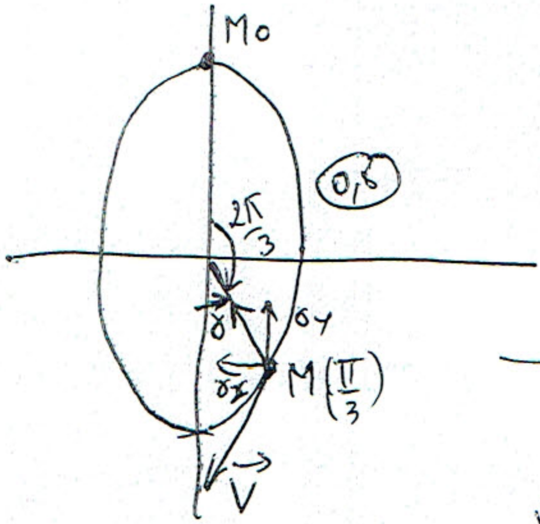
أي أن $\omega=2$ و نعرف أن $\omega=\frac{2\pi}{T}$

حيث T دور الحركة

3

نجد أن الدور: $T = \pi s$

لذلك فعند اللحظة $t = \frac{\pi}{3}$ فإن الزاوية الموافقة هي $\theta = \frac{2\pi}{3}$




$$\begin{cases} V_x = 4\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) = -2 \\ V_y = -6\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) = -3\sqrt{3} \end{cases} \quad , \quad \begin{cases} \gamma_x = -8\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) = -4\sqrt{3} \\ \gamma_y = -12\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) = 6 \end{cases}$$

0,25     0,25

---

## - حساب الزاوية $(\vec{V}, \vec{\gamma})$ :

لدينا $\vec{V} \cdot \vec{\gamma} = \|\vec{V}\| \cdot \|\vec{\gamma}\| \cdot \cos(\vec{V}, \vec{\gamma})$.

ومنه

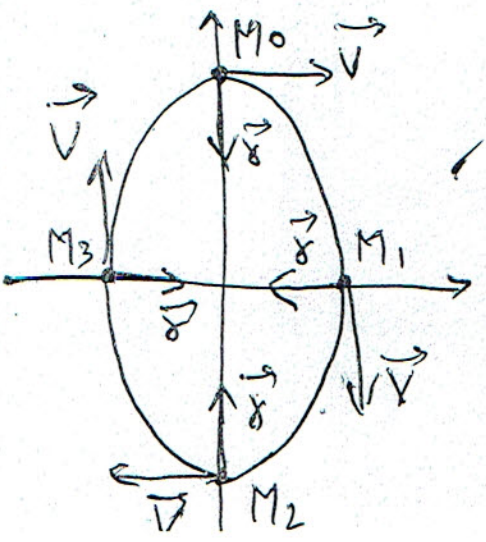
$$\cos(\vec{V}, \vec{\gamma}) = \frac{-32\cos(2t)\cdot\sin(2t) + 72\cos(2t)\cdot\sin(2t)}{\sqrt{16 + 20\sin^2(2t)} \times \sqrt{64\sin^2(2t) + 144\cos^2(2t)}}$$

$$\boxed{\cos(\vec{V}, \vec{\gamma}) = \frac{5\cos(2t)\cdot\sin(2t)}{\sqrt{4 + 5\sin^2(2t)} \times \sqrt{9 - 5\sin^2(2t)}}}$$

0,5

- يكون $\vec{V}$ و $\vec{\gamma}$ متعامدان عندما: $\vec{V} \cdot \vec{\gamma} = 0$

أي: $\cos(2t)\cdot\sin(2t) = 0 \Leftarrow$ 
$\begin{cases} \text{إما } \cos(2t) = 0 \Rightarrow 2t = \frac{\pi}{2} + K\pi \quad (K = 0, 1) \\ \text{أو } \sin(2t) = 0 \Rightarrow 2t = K\pi \quad (K = 0, 1) \end{cases}$




هذه النقاط هي: $\begin{pmatrix} t_0 = 0 \\ \theta_0 = 0 \end{pmatrix}$ ، $\begin{pmatrix} t_1 = \frac{\pi}{4} \\ \theta_1 = \frac{\pi}{2} \end{pmatrix}$ ،

0,5

$\begin{pmatrix} t_2 = \frac{\pi}{2} \\ \theta_2 = \pi \end{pmatrix}$ ، $\begin{pmatrix} t_3 = \frac{3\pi}{4} \\ \theta_3 = \frac{3\pi}{2} \end{pmatrix}$

④ - السرعة والتسارع لا يمكن أن يكونا متوازيين لأن المسار منحني

حيث لدينا $V = \|\vec{V}\| . \vec{u}_T$ و $\vec{\gamma} = \|\vec{\gamma}_T\| \vec{u}_T + \|\vec{\gamma}_N\| . \vec{u}_N$ 0,5

لأن $\|\vec{\gamma}_N\|$ غير معدوم بسبب المسار المنحني وبالتالي $(\vec{V} \times \vec{\gamma}$

- حساب الزاوية $(\vec{OM}, \vec{\gamma})$ :-

من الحسابات السابقة نجد أن

$$\begin{cases} \gamma_x = -4x \\ \gamma_y = -4y \end{cases} \Rightarrow \boxed{\vec{\gamma} = -4.\vec{OM}}$$ 0,5

0,5

مما يعني أن $\boxed{(\vec{OM}, \vec{\gamma}) = \pi}$ ، والمقداران متعاكسان ، نلاحظ أن $\vec{\gamma}$ متجه دائما نحو المركز "O" $\boxed{\text{و الحركة ذات تسارع مركزي}}$

0,5

- حساب الطاقة الكامنة :-

نحصل على القوة من التسارع

$$\boxed{\begin{aligned} \vec{F} &= m\vec{\gamma} \\ &= -4m\vec{OM} \end{aligned}}$$

أي $\boxed{\vec{F} = -4m(x\vec{i} + y\vec{j})}$

0,5

$$\begin{cases} F_x = -4mx \\ F_y = -4my \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_x = -\frac{\partial E_p}{\partial x} \\ F_y = -\frac{\partial E_p}{\partial y} \end{cases} \Rightarrow \boxed{E_p(x,y) = 4m\left(\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}y^2\right) + C}$$

0,25

نجد قيمة الثابت "C" إذا أعتبرنا $E_p(0,0) = 0 \Rightarrow \boxed{C = 0}$

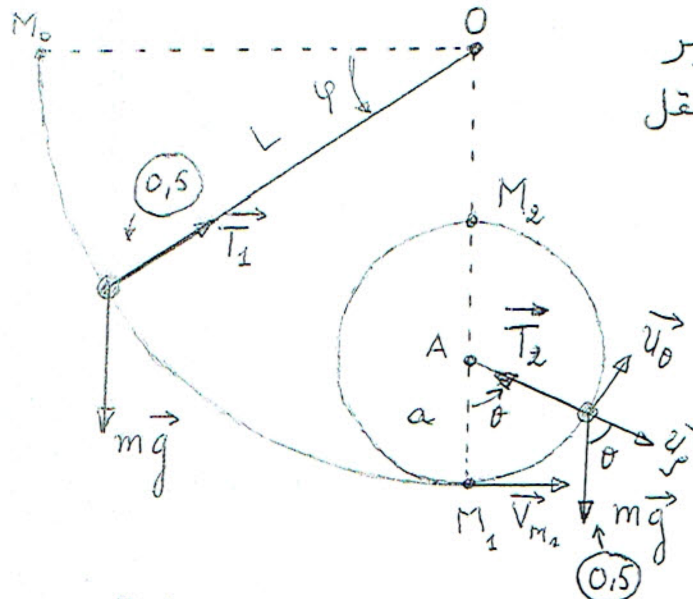
- حساب الطاقة الميكانيكية الكلية :

$\boxed{E = E_c + E_p}$ 0,25 بالتعويض في $\vec{V}$ و $\vec{OM}$ بالعبارات الحاصلة

نجد أن :
$$E = m\left[8\cos^2(2t) + 18\cos^2(2t) + 18\sin^2(2t) + 8\sin^2(2t)\right]$$

$$\boxed{E = 26m = cte}$$ 0,5

5




تمرين 03 :

1- الكتلة $m$ توجد دائما تحت تأثير قوتين : $\vec{T}$ : توتر الخيط و الثقل $m\vec{g}$ . على المسار $\overset{\frown}{M_0M_1}$ ، $\vec{T_1}$ لا تنتج عملا لأنها دائما عمودية عليه . الثقل $m\vec{g}$ هو القوة الوحيدة التي تعمل وهي قوة محافظة . 0,5

إذن الطاقة الميكانيكية $E = E_p + E_c$ تبقى محفوظة .

$$E_p(M_0) + E_c(M_0) = E_p(M_1) + E_c(M_1) \quad 0,5$$

و عندما نأخذ مبدأ الطاقة الكامنة للثقل $m\vec{g}$ عند $M_1$ نجد :

$$\boxed{V_{M_1} = \sqrt{2gL}} \quad \text{أي} \quad mgL = \frac{1}{2} m V_{M_1}^2 \quad 0,5$$

2- عند ما يصير النواس شاقولي ، يصطدم الخيط بالمسمار في A و نحصل بعد ذلك على حركة دائرية حول المركز A بسرعة إبتدائية $\vec{V}_{M_1}$ . في كل نقطة M من المسار الكتلة m تبقى تتعرض لقوتين : الثقل $m\vec{g}$ وتوتر الخيط الذي نسميه في المرحلة الثانية من الحركة $\vec{T_2}$ .

في جملة الإحداثيات القطبية $(A, \vec{u_\rho}, \vec{u_\theta})$ المعادلة الأساسية للحركة : $\vec{T_2} + m\vec{g} \underset{0,25}{=} m\vec{\gamma}$ ثم نسقطها على $\vec{u_\rho}$ و $\vec{u_\theta}$ .

لدينا : $\vec{T_2} \underset{0,25}{=} -T_2 \cdot \vec{u_\rho}$ ، $m\vec{g} \underset{0,5}{=} mg\cos\theta \cdot \vec{u_\rho} - mg\sin\theta\, \vec{u_\theta}$ ، $\vec{\gamma} = -a\dot{\theta}^2 \vec{u_\rho} + a\ddot{\theta} \cdot \vec{u_\theta}$ 0,5

مع $\vec{V} \underset{0,25}{=} a\dot{\theta} \cdot \vec{u_\theta}$ و عند ما نعوض نجد :

$$-mg\sin\theta \underset{0,5}{=} ma\ddot{\theta} \quad (2) \quad \text{و} \quad -T_2 + mg\cos\theta \underset{0,5}{=} -ma\dot{\theta}^2 \quad (1)$$

حساب $T_2$ يتطلب الحصول على السرعة : $\|\vec{V}(M)\| = a\dot{\theta}$

ويمكن ذلك بحل المعادلة التفاضلية (2) أو باستعمال مبادئ العمل والطاقة .

6

حل المعادلة التفاضلية (2) يتم بجداء طرفي المعادلة في $\dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt}$

لنحصل على: $a\dot{\theta}\,d\dot{\theta} = -g\sin\theta\,d\theta$ (0,5) وعند ما نكامل:

$$\int_{\dot{\theta}_0}^{\dot{\theta}} a\dot{\theta}\,d\dot{\theta} = \int_0^{\theta} -g\sin\theta\,d\theta$$

نجد: $a\frac{\dot{\theta}^2}{2} - a\frac{\dot{\theta}_0^2}{2} = g(\cos\theta - 1)$ (0,5) مع: $V_{M_1} = a\dot{\theta}_0$ (0,25)

إذن: (0,5) $\boxed{V_M^2 = a^2\dot{\theta}^2 = 2g[L + a\cos\theta - a]}$ (1.75)

عند استعمال الطاقة يكفي أن نلاحظ أن $\vec{T_2}$ مثل $\vec{T_1}$ لا تعمل (لأنها عمودية على المسار الدائري للحركة). إذن الطاقة الميكانيكية $E = E_p + E_c$ تبقى محفوظة (0,25)

$$E_p(M_1) + E_c(M_1) = E_p(M) + E_c(M)$$

(1) $0 + \frac{1}{2}mV_{M_1}^2 = mga(1-\cos\theta) + \frac{1}{2}mV_M^2$ (1.75)

وبما أن: $V_{M_1}^2 = 2gL$، فإننا نجد $\boxed{V_M^2 = a^2\dot{\theta}^2 = 2g[L + a\cos\theta - a]}$ (0,5)

وعند نعوض $a^2\dot{\theta}^2$ في المعادلة (1) نجد:

$$\boxed{T_2 = mg\left[2\frac{L}{a} + 3\cos\theta - 2\right]}$$ (0,5)

3 - في النقطة $M_2$ نحصل على أصغر قيمة لـ $T_2$ لأن $\theta = \pi$ و $\cos\theta = -1$. إذن: $\boxed{T_2(M_2) = mg\left[2\frac{L}{a} - 5\right]}$ (1)

4 - لكي تستمر حركة m حول A يجب أن تبقى $\vec{T_2}$ دائما موجودة

أي: $T_2(M_2) > 0$

ونحصل على: $2\frac{L}{a} - 5 > 0 \Rightarrow \boxed{a < 2\frac{L}{5}}$ (0,5)

<u>ملاحظة</u>: يمكن حل السؤال الأول باستعمال القانون الأساسي للتحريك

$\vec{T_1} + m\vec{g} = m\vec{\gamma}$ ⇐ $\begin{cases} -T_1 + mg\sin\varphi = -mL\dot{\varphi}^2 & (1) \\ mg\cos\varphi = mL\ddot{\varphi} & (2) \end{cases}$

حل المعادلة التفاضلية (2) ⇐ $V^2 = L^2\dot{\varphi}^2 = 2gL\sin\varphi$ ولما $\varphi = \pi/2$ ⇐ $V_{M_1}^2 = 2gL$

2018 | 2017

2018/01/14 امتحان الفيزياء 1 السنة الاولى علوم المادة

10

**التمرين 1(~~8 نقاط~~):** تتحرك نقطة مادية في المستوي المنسوب إلى جملة الإحداثيات القطبية $(O,\overrightarrow{u_\rho},\overrightarrow{u_\theta})$ على المسار المعرف بالمعادلات الوسطية : $\rho = ae^{-\theta}$ و $\theta = \omega t$ مع $a$ و ω ثوابت موجبة.

3,5 1- احسب شعاع السرعة و شعاع التسارع وطويلتيهما ثم استنتج شعاع الواحدة المماسي للمسار في المعلم $(O,\overrightarrow{u_\rho},\overrightarrow{u_\theta})$ .

2 2- اوجد شعاع التسارع المماسي للمسار وشعاع التسارع الناظمي عليه في المعلم $(O,\overrightarrow{u_\rho},\overrightarrow{u_\theta})$ ثم استنتج نصف قطر انحناء المسار.

4,5 3- لما نأخذ $a = 4$ بطول شعاع الواحدة و $\omega = 1\, rd/s$ :

| $\theta$ | $\pi/6$ | $\pi/4$ | $\pi/3$ | $\pi/2$ | $3\pi/4$ | $\pi$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $e^{-\theta}$ | 0.59 | 0.45 | 0.35 | 0.21 | 0.09 | 0.04 |

1 أ- ارسم المسار لما تتغيرθ بين 0 و π (استعن بالجدول).

1,5 ب- مثل على الشكل شعاع السرعة وشعاع التسارع عند نقطة الإنطلاق $A(\theta = 0)$ .

2 ت- مثل $\overrightarrow{\gamma_t}$ و $\overrightarrow{\gamma_n}$ ومركز انحناء المسار C عند النقطة $B(\theta = \frac{\pi}{2})$.

**التمرين 2** :- ( **12 نقطة** )

نقطة مادية كتلتها $m$، تنزلق على مستوي مائل زاوية ميله $\alpha$، بين النقطتين $M_0$ و $M_1$ تبعدان بمسافة $d$، تتم الحركة باحتكاك معامله $f$ ( انظر الشكل).

1,5 1- مثل القوى المؤثرة في النقطة المادية، ثم حدد القيمة الصغرى للزاوية $\alpha_{min}$ التي تبدأ معها الحركة

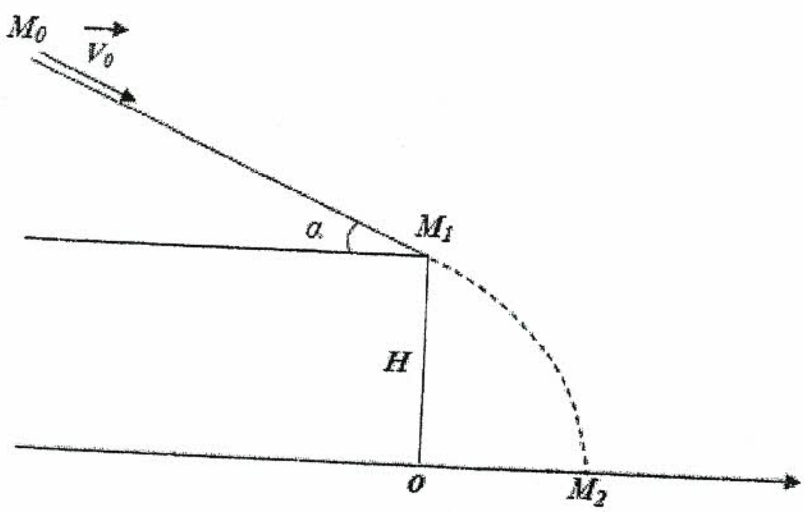
2 2- نأخذ زاوية $\alpha > \alpha_{min}$ ، أكتب القانون الأساسي للتحريك، ثم استخرج عبارة التسارع

2 3- تنطلق النقطة من $M_0$ بسرعة ابتدائية $\overrightarrow{V_0}$ ، أوجد قيمة السرعة $\vec{V_1}$ عند النقطة $M_1$

4,5 4- عند $M_1$ ينتهي المستوي المائل، و تبدأ النقطة المادية سقوطا حرا من ارتفاع $H$، أكتب من جديد القانون الأساسي للتحريك، استخرج معادلة المسار، ثم استنتج إحداثيات نقطة السقوط $M_2$ و سرعة السقوط $\vec{V_2}$

2 5- عند الاصطدام بالأرض، ترتد النقطة نحو الأعلى بسرعة $\overrightarrow{V_2'}$ ، حيث : $V'_{2x} = \frac{3}{4}V_{2x}$ و $V'_{2y} = -\frac{3}{4}V_{2y}$

أوجد أعلى ارتفاع تصله النقطة، ثم صف ما يحدث بعد ذلك.



تصحيح امتحان الفيزياء 1

التمرين 1 :

1 - $\vec{OM} = a e^{-\omega t} \cdot \vec{u}_\rho$ (0,25) ، $\vec{V}(M) = \frac{d\vec{OM}}{dt}$ (0,25)

$\vec{V}(M) = a\omega e^{-\omega t}[-\vec{u}_\rho + \vec{u}_\theta]$ (1) ، $\|\vec{V}(M)\| = \sqrt{2}\, a\omega e^{-\omega t}$ (0,25)

$\vec{\gamma}(M) = \frac{d\vec{V}(M)}{dt} = -2a\omega^2 e^{-\omega t} \cdot \vec{u}_\theta$ (1) ، $\|\vec{\gamma}(M)\| = 2a\omega^2 e^{-\omega t}$ (0,25)

$\vec{V}(M) = \|\vec{V}(M)\| \cdot \vec{u}_T$ (0,25) $\Rightarrow \vec{u}_T = \frac{\sqrt{2}}{2}[-\vec{u}_\rho + \vec{u}_\theta]$ (0,25)

2 - $\gamma_T = \frac{d\|\vec{V}(M)\|}{dt} = -\sqrt{2}\, a\omega^2 e^{-\omega t}$ (0,25) $\Rightarrow \vec{\gamma}_T = \gamma_T \cdot \vec{u}_T = a\omega^2 e^{-\omega t}[\vec{u}_\rho - \vec{u}_\theta]$ (0,5)

$\vec{\gamma}_N = \vec{\gamma} - \vec{\gamma}_T = -a\omega^2 e^{-\omega t}[\vec{u}_\rho + \vec{u}_\theta]$ (0,5) (0,25)

$\|\vec{\gamma}_N\| = \sqrt{2}\, a\omega^2 e^{-\omega t} \Rightarrow R = \frac{V^2}{\gamma_N} = \sqrt{2}\, a e^{-\omega t}$ (0,5)

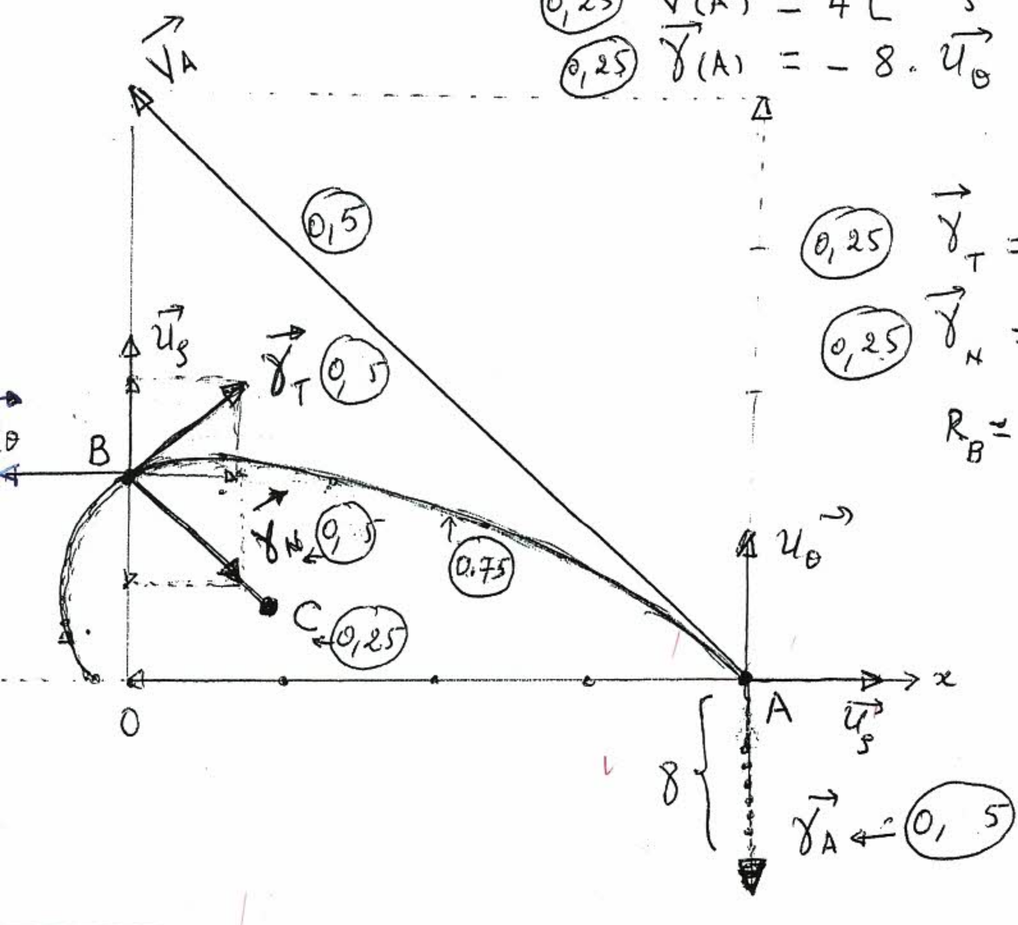
3 - أ -

| $\theta$ | 0 | $\pi/6$ | $\pi/4$ | $\pi/3$ | $\pi/2$ | $3\pi/4$ | $\pi$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $4e^{-\theta}$ | 4 | 2.36 | 1.80 | 1.45 | 0.84 | 0.36 | 0.16 |

(0,25)

ب - في A : $\vec{V}(A) = 4[-\vec{u}_\rho + \vec{u}_\theta]$ (0,25)

$\vec{\gamma}(A) = -8 \cdot \vec{u}_\theta$ (0,25)




ج - في B :

(0,25) $\vec{\gamma}_T = 0.84[\vec{u}_\rho - \vec{u}_\theta]$

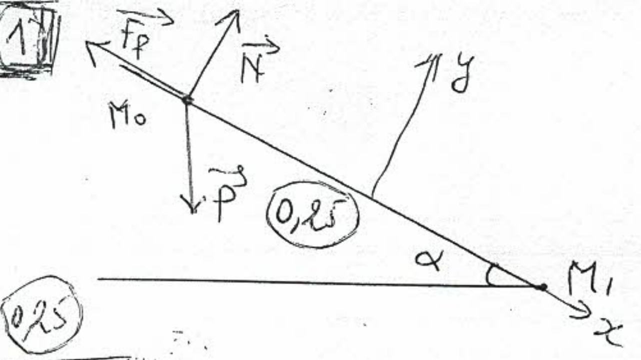
(0,25) $\vec{\gamma}_N = -0.84[\vec{u}_\rho + \vec{u}_\theta]$

$R_B = 1.2$ , $\vec{BC} = R_B \cdot \vec{u}_N$

(0,25) $= 1.2 \cdot \vec{u}_N$

$R_B$ = نصف قطر انحناء المسار في B .

1



حل التمرين 02 :-

...توى المؤثرة هي : $\vec{F_f}$ ، $\vec{N}$ ، $\vec{P}$

الحركة عندما تكون مركبة $\vec{P}$ الموازية

...كبر من $\vec{F_f}$ في الحالة الحدية

$\boxed{P\sin\alpha_{min} = F_f}$ مع العلم أن $P\cos\alpha_{min} = N$ ومعامل الاحتكاك $\boxed{f = \frac{F_f}{N}}$

بالتعويض نجد : $\boxed{f = \frac{P\sin\alpha_{min}}{P\cos\alpha_{min}} = tg\alpha_{min} \Rightarrow \alpha_{min} = Artg(f)}$ 0,5

...حالة الحركة نجد دائما 0,25 $\boxed{f < tg\alpha \quad \text{او} \quad \alpha > Artg(f)}$

من أجل $\alpha > \alpha_{min}$ تتم الحركة على المستوي المائل حسب قانون نيوتن

$\boxed{\vec{P} + \vec{N} + \vec{F_f} = m\vec{\gamma}}$ 0,5 بالإسقاط نجد

0,5 $P\sin\alpha - F_f = m\gamma_x \quad : ox$

0,5 $N - P\cos\alpha = 0 \quad : oy$

...ستعمال معامل الاحتكاك نجد

$\boxed{\gamma_x = g(\sin\alpha - f\cos\alpha)}$ 0,5

0,5

... التسارع $\gamma_x$ ثابت والحركة متسارعة بانتظام يمكن أن نستعمل

أي من العلاقات الخاصة بهذا النوع من الحركة، لكن أحسن علاقة

0,5 $\boxed{V_x^2 - V_{x_0}^2 = 2\gamma_x(x - x_0)}$ مع

عند $M_0$ ، $x_0 = 0$ ، $V_{x_0} = V_0$ 0,25

" $M_1$ ، $x_1 = d$ ، $V_{x_1} = V_1$ 0,25

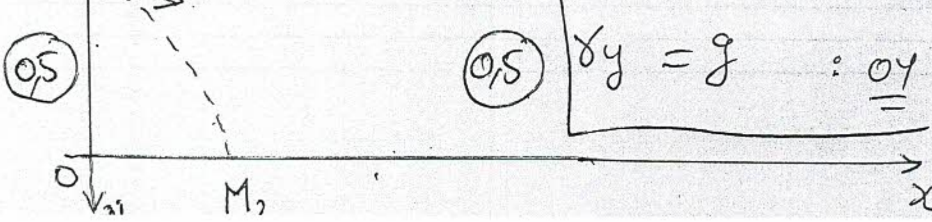
$\boxed{V_1^2 - V_0^2 = 2g(\sin\alpha - f\cos\alpha)d} \Rightarrow$ 0,5 $\boxed{V_1 = \sqrt{V_0^2 + 2gd(\sin\alpha - f\cos\alpha)}}$

ابتداء من $M_1$ تكون لدينا حركة قذيفة وقانون نيوتن يكتب

$\boxed{\vec{P} = m\vec{\gamma}}$ بالإسقاط نجد 0,5

0,5 $\gamma_x = 0 \quad : ox$

0,5 $\gamma_y = g \quad : oy$



2 السرعة الإبتدائية $(M_1)$ $\vec{V_1}\begin{pmatrix} V_1\cos\alpha \\ V_1\sin\alpha \end{pmatrix}$ 0,25 وإحداثيات $M_1(0,-H)$ 0,25

بمكاملة التسارع نجد:

$$\boxed{\begin{cases} V_x = V_1\cos\alpha & 0{,}25 \\ V_y = V_1\sin\alpha + gt & 0{,}25 \end{cases}}$$

وبمكاملة السرعة نجد:

$$\boxed{\begin{cases} x = V_1\cos\alpha\, t & 0{,}25 \\ y = \frac{1}{2}gt^2 + V_1\sin\alpha\, t - H & 0{,}25 \end{cases}}$$

عند النقطة $M_2(x_2,0)$ ويكون الزمن $t_2$

نعوض في المعادلتين ثم نستخرج الزمن $t_2$ لنجد

$$t_2 = \frac{-V_1\sin\alpha + \sqrt{V_1^2\sin^2\alpha + 2gH}}{g}$$

ونجد في الأخير مكان السقوط

$$x_2 = V_1\cos\alpha\, t_2 = V_1\cos\alpha \times \frac{-V_1\sin\alpha\sqrt{V_1^2\sin^2\alpha + 2gH}}{g}$$

وتكون السرعة $\vec{V_2}$

$\vec{V_2}\begin{pmatrix} V_1\cos\alpha \\ V_{2y} \end{pmatrix}$ لإستخراج $V_{2y}$: الحركة حسب $Oy$ متسارعة بإنتظام

لذلك نستعمل: $V_{2y}^2 - V_{1y}^2 = 2gH$ لنجد

$$\Leftarrow V_{2y}^2 = V_{1y}^2 + 2gH$$

$$\boxed{V_{2y} = \sqrt{V_1^2\sin^2\alpha + 2gH}} \quad 0{,}25$$

وتكون قيمة السرعة عند $M_2$:

$$V_2 = \sqrt{V_{2x}^2 + V_{2y}^2} \Rightarrow \boxed{V_2 = \sqrt{V_1^2 + 2gH}} \quad 0{,}25$$

في الأخير نجد بالتعويض

$$\boxed{V_2 = \sqrt{V_0^2 + 2g\left[H + d(\sin\alpha - f\cos\alpha)\right]}} \quad 0{,}25$$

5 بعد التصادم والإرتداد تصبح السرعة:

$$\vec{V_2'}\begin{cases} V_{2x}' = \frac{3}{4}V_{2x} \\ V_{2y}' = -\frac{3}{4}V_{2y} \end{cases} \quad 0{,}25$$

الحركة هي حركة قذيفة بتسارع $g$

أعلى نقطة تصلها النقطة $M_2''(x_2'',-h)$، عندها تكون السرعة أفقية

بتطبيق قانون السرعة حسب $(Oy)$ نجد $\boxed{V_{2y}'' = 0}$ 0,25

(3) بالتعويض $h = \frac{V'^2_{2y}}{2g}$ $\Leftarrow$ $V''^2_{2y} - V'^2_{2y} = -2gh$

$$\boxed{h = \left(\frac{3}{4}\right)^2 \frac{V^2_{2y}}{2g} = \left(\frac{3}{4}\right)^2 H + \left(\frac{3}{4}\right)^2 \frac{V_1^2 \sin^2\alpha}{2g}}$$ (0,5)

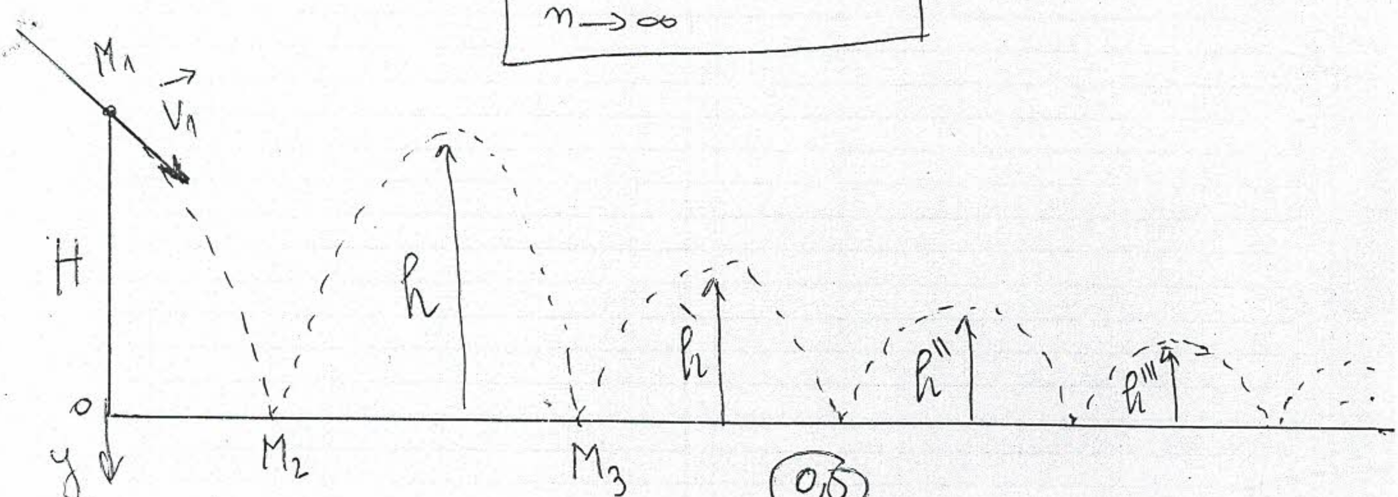
عند $M_2''$ تعود النقطة المادية للسقوط بدون سرعة حسب $(Oy)$، لتسقط عند النقطة $M_3$، ثم ترتد من جديد حتى النقطة $M_3'$ من أجل ارتفاع $h'$ له نفس العلاقة السابقة لـ $h$ ولكن بدون سرعة ابتدائية أي:

$$\boxed{h' = \left(\frac{3}{4}\right)^2 h}$$ (0,25)

بالتراجع نجد العلاقة العامة وهي: $h^{(n)} = \left(\frac{3}{4}\right)^{2n} h$

في كل مرة يتناقص الارتفاع إلى أن ينعدم فتتوقف الحركة

$$\boxed{\lim_{n \to \infty} \left(\frac{3}{4}\right)^{2n} = 0}$$ (0,25)




(0,5)

2019 / 2018

2019-01-31

السنة الأولى علوم المادة

## امتحان في مادة الفيزياء 1 (1 سا و50د)

(11)

**التمرين 01 (10 نقاط)**: I - نقطة مادية $M$ كتلتها $m$ ، تتحرك في المستوي ( $Oxy$ ) وفق المعادلات الزمنية التالية :

$$x(t) = a.\cos\varphi - c \quad \text{و} \quad y(t) = b.\sin(\varphi) \quad \text{مع :} \quad \varphi = \omega t + \alpha$$

حيث : $a$ ، $b$ ، $c$ ، $\omega$ و $\alpha$ : ثوابت موجبة و ( $b < a$ )

(1) أ- أستنتج معادلة المسار ثم مثله داخل هذا المعلم

(2) ب- أحسب شعاعي السرعة و التسارع ، مثلهما على المسار عند النقطة الكيفية $M$.

(1) ج- أكتب عبارتي السرعة و التسارع بدلالة إحداثيات النقطة $M$ : $(x, y)$

(1) د- حدد نقطة بداية الحركة $M_0$ و اتجاهها على المسار.

II - نأخذ الآن الثابت $c = 0$ ، و الزاوية $\varphi = \omega t$ $(\alpha = 0)$

(1) أ- أستنتج من الحسابات السابقة، عبارتي السرعة و التسارع بدلالة $(x, y)$

(1) ب- بين في هذه الحالة، أن الحركة ذات تسارع مركزي، ثم حدد مركزه

(0,5) ج- أستنتج عبارة الطاقة الحركية بدلالة $(x, y)$

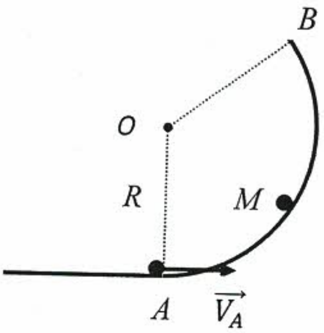
(2,5) د- أستنتج عبارة القوة المؤثرة على النقطة المادية، أكتبها بدلالة $(x, y)$، ثم بين أنها محافظة، أستنتج بعد ذلك عبارة الطاقة الكامنة مع العلم أن : $Ep(x = a, y = 0) = \frac{1}{2}ma^2\omega^2$

(1) و- أستنتج عبارة الطاقة الميكانيكية الكلية، ماذا تلاحظ.

(11,5)

**التمرين 02 (10 نقاط)**: تتحرك نقطة مادية كتلتها $m$ في مستوي شاقولي على خط مستقيم أفقي مماسي لمسار دائري $AB$ مركزه $O$ ونصف قطره $R$ . تصل النقطة المتحركة على المسار المستقيم إلى $A$ بسرعة $\overrightarrow{V_A}$ .

الزاوية : $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}) = \frac{3}{4}\pi$ .




(2,5) 1- اختر مرجعا مناسبا لدراسة حركة النقطة المادية على المسار $AB$ ثم اكتب معادلات الحركة في نقطة كيفية $M$.

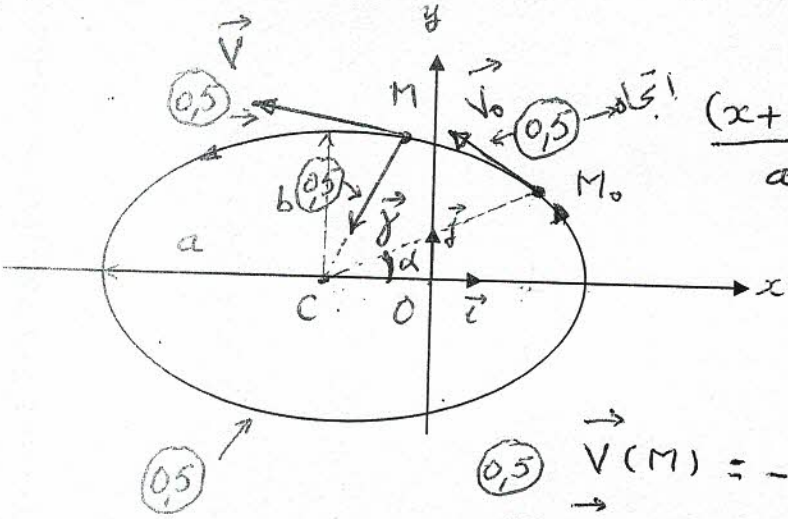
(3) 2- حل المعادلة التفاضلية للحركة ثم استنتج السرعة وقوة رد فعل المسار في $M$ .

(1) 3- ما هي أصغر قيمة للسرعة $V_A$ التي تجعل النقطة المتحركة تصل إلى $B$ .

(2,5) 4- عندما تكون $V_A = \sqrt{10.g.R}$ : - ما هي السرعة $V_B$ التي تصل بها إلى $B$ . - ما هي طبيعة المسار الذي تأخذه النقطة المتحركة بعد $B$ . - أوجد سرعتها $\vec{V}$ بعد $B$ ثم استنتج سرعتها عندما تصل ارتفاعها الأعلى $h_{max}$ .

(2,5) 5- تبقى الطاقة الميكانيكية (الكلية) للنقطة المادية بعد $B$ محفوظة ، لماذا؟ وظف هذه الطاقة للحصول على $h_{max}$ بدلالة $V_B$ ثم استنتج $h_{max}$ لما $V_A = \sqrt{10.g.R}$. ت.ع.: لما $R=3m$ , $g=10m/s^2$ $(h_{max}=10.05m , V_A \approx 62Km/h)$ .

# إمتحان الفيزياء 1 (2019).




التمرين 01 - I - (0,5)

أ- معادلة المسار : $\frac{(x+c)^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$

المسار إهليلج مركزه $C(-c,0)$ ومحوريه a و b.

ب- (0,5) $\vec{V}(M) = -a\omega\sin\varphi\,\vec{i} + b\omega\cos\varphi\cdot\vec{j}$

(0,5) $\vec{\gamma}(M) = -a\omega^2\cos\varphi\,\vec{i} - b\omega^2\sin\varphi\cdot\vec{j}$

ج- بما أن : $\cos\varphi = \frac{x+c}{a}$ و $\sin\varphi = \frac{y}{b}$ ، عند التعويض نجد

(0,5) $\vec{V}(M) = \omega\left[-\frac{a}{b}y\,\vec{i} + \frac{b}{a}(x+c)\vec{j}\right]$ و (0,5) $\vec{\gamma}(M) = -\omega^2\left[(x+c)\vec{i} + y\vec{j}\right]$

أو : $\vec{\gamma}(M) = -\omega^2\left[\vec{OM} + c\,\vec{i}\right]$

نقطة بداية الحركة : $M_0\left(a\cos\alpha - c,\ b\sin\alpha\right)$ و $\vec{V_0} = -a\omega\sin\alpha\,\vec{i} + b\omega\cos\alpha\,\vec{j}$

(0,5)

II - $c=0$ و $\alpha=0$ :

أ- (0,5) $\vec{V}(M) = \omega\left[-\frac{a}{b}y\,\vec{i} + \frac{b}{a}x\,\vec{j}\right]$ ، (0,5) $\vec{\gamma}(M) = -\omega^2\left[x\vec{i} + y\vec{j}\right]$

ب- $\vec{\gamma}(M) = -\omega^2.(\vec{OM})$ أو (0,5) $\vec{\gamma}(M) = -\omega^2.\vec{OM}$

لما $c=0$ : الحركة ذات تسارع مركزي مركزها O . وهو مركز مركز الإهليلج الجديد.

(0,5)

ج- $E_c = \frac{1}{2}mV^2 \Leftarrow$ (0,5) $E_c = \frac{1}{2}m\omega^2\left[\frac{a^2}{b^2}y^2 + \frac{b^2}{a^2}x^2\right]$

د- $\vec{F} = m\vec{\gamma} \Leftarrow$ $\vec{F} = -m\omega^2(x\vec{i} + y\vec{j})$ (0,5) $\vec{Rot}\,\vec{F} = \vec{0}$

أو: $\frac{\partial F_x}{\partial y} = \frac{\partial F_x}{\partial y} = 0$ (0,5) $\Leftarrow$ إذن $\vec{F}(x,y)$ محافظة.

$\vec{F} = -\vec{grad}\,E_p \Leftarrow$
$$\begin{cases} -m\omega^2 x = -\frac{\partial E_p}{\partial x} & (1) \\ -m\omega^2 y = -\frac{\partial E_p}{\partial y} & (2) \end{cases}$$
(0,5)

المعادلة ① $\Leftarrow$ $E_p(x,y) = \frac{1}{2} m\omega^2 x^2 + f(y) + c$

0,5

المعادلة ② $\Leftarrow$ $E_p(x,y) = \frac{1}{2} m\omega^2 y^2 + g(x) + c$

مطابقة العبارتين لـ $E_p(x,y)$ ممكن فقط لما :

$E_p(x,y) \overset{0,25}{=} \frac{1}{2} m\omega^2 (x^2+y^2) + c$ . وبما أن : $E_p(a,0) = \frac{1}{2} m\omega^2 a^2$

فإن $\overset{0,25}{c = 0}$ . إذن :

$$E_p(x,y) = \frac{1}{2} m\omega^2 (x^2+y^2)$$

و- $E = E_c + E_p \Rightarrow E \overset{0,25}{=} \frac{1}{2} m\omega^2 \left[x^2 + y^2 + \frac{b^2}{a^2}x^2 + \frac{a^2}{b^2}y^2\right]$

أي :

$$E = \frac{1}{2} m\omega^2 \left[\left(1+\frac{b^2}{a^2}\right)x^2 + \left(1+\frac{a^2}{b^2}\right)y^2\right]$$

أو :

$$E = \frac{1}{2} m\omega^2 \left[\left(\frac{a^2+b^2}{a^2}\right)x^2 + \left(\frac{b^2+a^2}{b^2}\right) \cdot y^2\right]$$

أو :

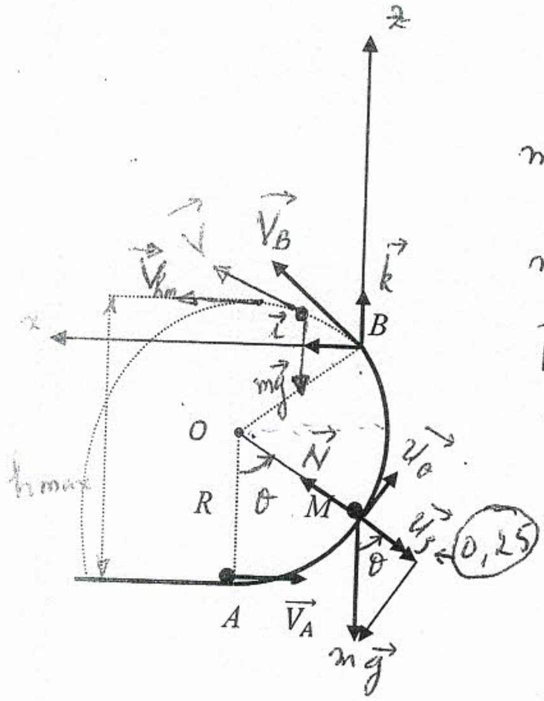
$$E = \frac{1}{2} m\omega^2 (a^2+b^2) \cdot \left(\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}\right)$$

وبما أن ; $\left(\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1\right) \Rightarrow E \overset{0,5}{=} \frac{1}{2} m\omega^2 (a^2+b^2)$

نلاحظ أن : $E \overset{0,25}{=} \frac{1}{2} m\omega^2 (a^2+b^2)$ ثابتة وهذا

منطقي لأن $\vec{F}(x,y)$ محافظة .

التمرين 02: 1 - المرجع $(0, \vec{u}_\rho, \vec{u}_\theta)$ 0,25




المعادلة الأساسية : $m\vec{g} + \vec{N} = m\vec{\gamma}$ 0,25

$m\vec{g} = mg\cos\theta \cdot \vec{u}_\rho - mg\sin\theta\, \vec{u}_\theta$ 0,25

$\vec{N} = -N \cdot \vec{u}_\rho$ 0,25 , $\vec{OM} = R \cdot \vec{u}_\rho$

$\vec{V}(M) = R\dot{\theta} \cdot \vec{u}_\rho$ , $\vec{\gamma}(M) = -R\dot{\theta}^2 \cdot \vec{u}_\rho + R\ddot{\theta}\, \vec{u}_\theta$ 0,25

وعند ما نعوض في المعادلة الأساسية نجد :

$$\begin{cases} -N + mg\cos\theta = -mR\dot{\theta}^2 & (1) \quad 0,5 \\ -mg\sin\theta = mR\ddot{\theta} & (2) \quad 0,5 \end{cases}$$

2 - حل المعادلة التفاضلية (2) نحصل عليه بكتابتها من الشكل: $R\frac{d\dot{\theta}}{dt} = -g\sin\theta$

وعند جداء طرفيها في $\dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt}$ نحصل على :

$$R\dot{\theta}\frac{d\dot{\theta}}{dt} \overset{0,25}{=} -g\sin\theta\frac{d\theta}{dt} \Rightarrow R\dot{\theta}\, d\dot{\theta} \overset{0,5}{=} -g\sin\theta\, d\theta$$

$$R\int_{\dot{\theta}_A}^{\dot{\theta}} \dot{\theta}\, d\dot{\theta} \overset{0,5}{=} g\int_0^\theta -\sin\theta\, d\theta \Rightarrow \frac{R}{2}\left[\dot{\theta}^2 - \dot{\theta}_A^2\right] \overset{0,5}{=} g\left[\cos\theta - 1\right]$$ : أي

وبما أن $V = R\dot{\theta}$ $\Leftarrow$ $V_A \overset{0,25}{=} R\dot{\theta}_A$ وعند ما نعوض نجد :

$$V^2 = V^2_{(M)} \overset{0,5}{=} 2gR\left[\cos\theta - 1\right] + V_A^2$$

وعند ما نعوض $R\dot{\theta}^2$ في المعادلة (1) نجد : $N \overset{0,5}{=} mg\left[3\cos\theta - 2\right] + m\frac{V_A^2}{R}$

3 - لكي تصل النقطة إلى B لابد أن تبقى $N \geq 0$ 0,5 ونحصل على أصغر قيمة ل $V_A$ لما $N = 0$ $\Leftarrow$

$$V_A^2 = -gR\left[3\cos\theta_B - 2\right]$$

$$V_A^2 \overset{0,5}{=} gR\left[3\frac{\sqrt{2}}{2} + 2\right] \Leftarrow \theta_B = \frac{3}{4}\pi$$

4 - $V_B^2 = 2gR\left[-\frac{\sqrt{2}}{2} - 1\right] + 10gR \overset{0,5}{=} gR\left[8 - \sqrt{2}\right] \Leftarrow V_A^2 = 10gR$

عندما تغادر النقطة المادية القوس الدائري في B تصبح عبارة عن قذيفة بسرعة إبتدائية $\vec{V}_B$ تخضع للثقل $m\vec{g}$ فقط.

مسارها هو إذن عبارة عن قطع مكافئ مماسي لـ $\vec{V}_B$ في B.

معادلة الحركة في المرجع $(O, \vec{i}, \vec{k})$ تكتب: $m.\vec{\gamma} = m\vec{g}$ (0,5)

أي: $\ddot{x} = 0$ (1) و $\ddot{z} = -g$ (2).

(1) $\Leftarrow$ $V_x = cte = V_B \cdot \cos\alpha$ (0,25) و (2) $\Leftarrow$ $V_z = -gt + V_B \cdot \sin\alpha$ (0,25)

$\alpha = (\vec{Ox}, \vec{V}_B)$ أي $\alpha = \pi/4$ و $\cos\alpha = \sin\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$

إذن بعد B: $\vec{V} = V_B \cos\alpha . \vec{i} + (-gt + V_B \sin\alpha)\vec{k}$ (0,5)

أعلى ارتفاع نحصل عليه لما $\frac{dz(t)}{dt} = 0$ (0,25) أي: $\dot{z} = V_z = 0$

وتبقى: $\vec{V} = V_B \cos\alpha . \vec{i}$ (0,25) لما: $h = h_{max}$.

5 - بعد B الطاقة الميكانيكية: $E = E_p + E_c$ تبقى محفوظة لأن النقطة المتحركة توجد تحت تأثير ثقلها $m\vec{g}$ فقط وهي قوة محافظة. (0,5)

$$E(h_{max}) \underset{(0,5)}{=} E(h_B) \Leftarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2} m (V_B \cos\alpha)^2 + mg.h_{max} \\ = \frac{1}{2} m V_B^2 + mg\, h_B \end{array} \right. \longrightarrow \cos\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}, \quad h_B = R\left[1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right]$$

(0,5)

وعندما نعوض نجد: $h_{max} = h_B + \frac{V_B^2}{4g}$ (0,5)

لما: $V_A^2 = 10.g.R$ أي: $h_{max} = R\left[3 + \frac{\sqrt{2}}{4}\right]$ (0,5)

$h_{max} \simeq 3,35.R$.

لما: $V_A \simeq 62.Km/h$. $\Rightarrow R = 3m \Rightarrow h_{max} \simeq 10m$

2020 / 2019

2020/02/02

السنة الأولى علوم المادة

امتحان في مقياس الفيزياء 1 (ساعة ونصف)

**مرين الأول(10 نقاط)**: تتحرك نقطة مادية في المستوي $(Ox, Oy)$ لجملة الإحداثيات ال
سيطية: $x(t) = acos\omega t$ و $y(t) = bsin\omega t$ حيث a و b و ω مقادير ثابتة موجبة.

- ما هي معادلة المسار للنقطة $M$ ؟ مثله بيانيا.

- أحسب شعاعي السرعة $\vec{V}(t)$ والتسارع $\vec{\gamma}(t)$ للنقطة $M$ وطويلتيهما.

- أكتب $\vec{V}(t)$ و $\vec{\gamma}(t)$ في قاعدة الإحداثيات المنحنية $(\vec{U}_T, \vec{U}_N)$ ثم بين أنه يمكن كتابة مركبات التسارع $\vec{\gamma}(t)$ ، القاعدة $(\vec{U}_T, \vec{U}_N)$ من الشكل : $\gamma_T = \frac{\vec{V}.\vec{\gamma}}{\|\vec{V}\|}$ و $\gamma_N = \frac{\|\vec{V}\wedge\vec{\gamma}\|}{\|\vec{V}\|}$ واستنتج $\gamma_T$ و$\gamma_N$. ما هي مركبات عة الواحدة $\vec{U}_T$ و $\vec{U}_N$ في جملة الإحداثيات الديكارتية.

- أحسب عبارة نصف قطر الانحناء للمسار.

- حدد على المسار أين تكون حركة النقطة $M$ متسارعة وأين تكون متباطئة.

**مرين الثاني (12 نقطة):** نقطة مادية $M$ كتلتها $m$ تتحرك على المسار المبين في الشكل. المسلك $AB$ عبارة عن مسار ستقيم أفقي طوله $L$ والمسلك $BC$ هو محيط ربع دائرة مركزها $O$ ونصف قطرها $R$ توجد في مستوي شاقولي.

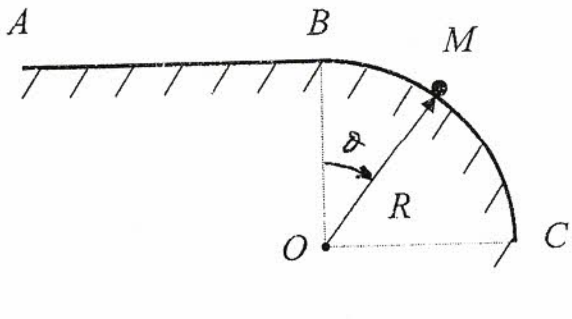
1- المسلك $AB$: تنطلق النقطة من $A$ بسرعة ابتدائية $\vec{V}_0$ موازية للمسلك وتتعرض أثناء حركتها إلى قوة احتكاك ثابتة $\vec{F}_f$ ، لتتوقف عند النقطة $B$.

أ- مثل مجموع القوى المؤثرة على النقطة المادية ثم أكتب القانون الأساسي للتحريك. استنتج قوة الاحتكاك $\vec{F}_f$ بدلالة $\|\vec{V}_0\| = V_0$ و $L$.

ب- مرة ثانية، تنطلق النقطة من $A$ ولكن بسرعة ابتدائية $\vec{V}_1 = 2\vec{V}_0$ . احسب السرعة $\vec{V}_B$ عند النقطة $B$.

2- المسلك $BC$ (بدون احتكاك): تصل النقطة M إلى المسلك $BC$ بالسرعة $\vec{V}_B$ السابقة ونحدد موقعها على المسار بدلالة الزاوية $\theta = (\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OM})$.

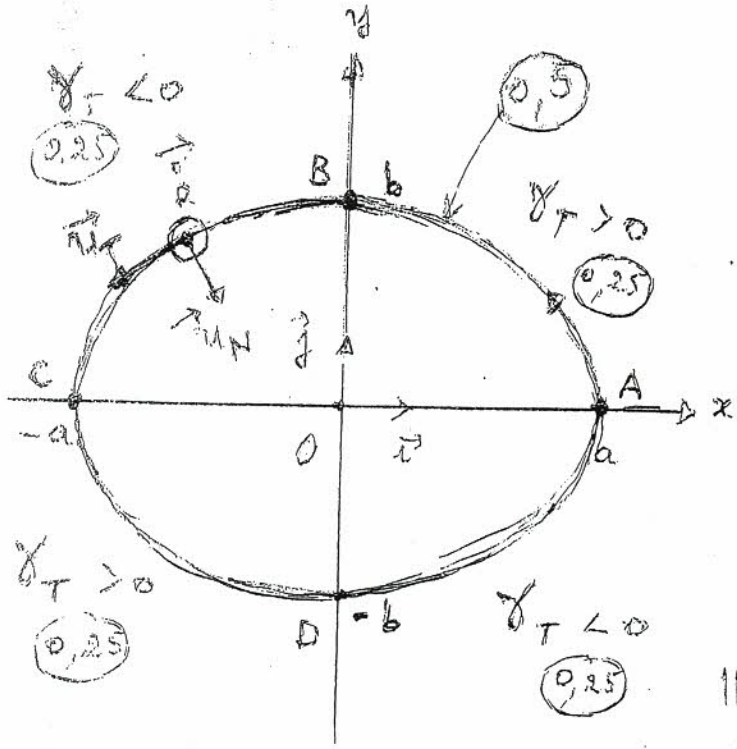
أ- اختر مرجعا مناسبا لدراسة الحركة ثم حدد القوى المؤثرة على $M$ في نقطة كيفية من المسار ثم اكتب القانون الأساسي للتحريك. بالإسقاط في المعلم المختار استنتج معادلات الحركة ثم اوجد قيمة شدة السرعة $V(M)$ وقيمة شدة رد الفعل $N$.




ب- حدد قيمة الزاوية $\theta_f$ التي تغادر عندها النقطة هذا المسار.

ت- من دون إجراء أي حساب، مثل شعاع السرعة عندما تغادر النقطة المسار ثم صف طبيعة الحركة بعد ذلك وارسم بالتقريب شكل المسار المنتظر.

تصحيح امتحان الفيزياء 1 (2020/2019)




التمرين 1 : 1- معادلة المسار :

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (0,5)$$

المسار قطع ناقص.
(إهليلج)

2- $\vec{OM} = a\cos\omega t\,\vec{i} + b\sin\omega t\,\vec{j}$

$$\vec{V}(M) \underset{(1)}{=} -a\omega\sin\omega t\,\vec{i} + b\omega\cos\omega t\,\vec{j}$$

$$\|\vec{V}(M)\| \underset{(0,5)}{=} \omega\sqrt{a^2\sin^2\omega t + b^2\cos^2\omega t}$$

$$\vec{\gamma}(M) \underset{(1)}{=} -a\omega^2\cos\omega t\,\vec{i} - b\omega^2\cos\omega t\,\vec{j}$$

$$\|\vec{\gamma}(M)\| = \omega^2\sqrt{a^2\cos^2\omega t + b^2\sin^2\omega t} \quad (0,5)$$

3- $\vec{V}(M) = \vec{V}(t) \overset{(0,25)}{=} \|\vec{V}(t)\|\cdot\vec{u}_T$ ، $\vec{\gamma}(M) = \vec{\gamma}(t) \overset{(0,25)}{=} \gamma_T\cdot\vec{u}_T + \gamma_N\cdot\vec{u}_N$

$$\vec{\gamma}\cdot\vec{V} = (\gamma_T\vec{u}_T + \gamma_N\cdot\vec{u}_N)\cdot\|\vec{V}\|\cdot\vec{u}_T = \gamma_T\cdot\|\vec{V}\| \rightarrow \begin{cases}\vec{u}_T\cdot\vec{u}_T = 1\\ \vec{u}_T\cdot\vec{u}_N = 0\end{cases}$$

إذن :

$$\gamma_T = \frac{\vec{\gamma}\cdot\vec{V}}{\|\vec{V}\|} \quad (0,5)$$

$$\vec{V}\wedge\vec{\gamma} = \|\vec{V}\|\cdot\vec{u}_T\wedge(\gamma_T\cdot\vec{u}_T + \gamma_N\cdot\vec{u}_N) = \|\vec{V}\|\cdot\gamma_N\cdot\vec{k} \rightarrow \begin{cases}\vec{u}_T\wedge\vec{u}_T = \vec{0}\\ \vec{u}_T\wedge\vec{u}_N = \vec{k}\end{cases}$$

إذن :

$$\gamma_N = \frac{\|\vec{V}\wedge\vec{\gamma}\|}{\|\vec{V}\|} \quad (0,5)$$

$$\gamma_T = \frac{\vec{\gamma}\cdot\vec{V}}{\|\vec{V}\|} = \frac{\omega^2(a^2-b^2)\cos\omega t\sin\omega t}{\sqrt{a^2\sin^2\omega t + b^2\cos^2\omega t}} \quad (0,5)$$

$$\vec{V}\wedge\vec{\gamma} = \begin{pmatrix}-a\omega\sin\omega t\\ b\omega\cos\omega t\\ 0\end{pmatrix}\wedge\begin{pmatrix}-a\omega^2\cos\omega t\\ -b\omega^2\sin\omega t\\ 0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\ 0\\ ab\omega^3\end{pmatrix}$$

$$\gamma_N = \frac{a\,b\,\omega^2}{\sqrt{a^2\sin^2\omega t + b^2\cos^2\omega t}} \quad (0,5)$$

$$\vec{u}_T = \frac{\vec{V}}{\|\vec{V}\|} = \frac{-a\sin\omega t\,\vec{i} + b\cos\omega t\,\vec{j}}{\sqrt{a^2\sin^2\omega t + b^2\cos^2\omega t}} \quad (0,25)$$

$$\vec{u}_N = \vec{k}\wedge\vec{u}_T = \begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}\wedge\begin{pmatrix}-a\sin\omega t\\ b\cos\omega t\\ 0\end{pmatrix}\cdot\frac{1}{\sqrt{a^2\sin^2\omega t + b^2\cos^2\omega t}}$$

$$\vec{u}_N \overset{(0,25)}{=} \frac{-b\cos\omega t\,\vec{i} - a\sin\omega t\cdot\vec{j}}{\sqrt{a^2\sin^2\omega t + b^2\cos^2\omega t}} \quad ,(\vec{u}_T\cdot\vec{u}_N = 0)$$

4- (1) $R_c = \dfrac{V^2}{\gamma_N} = \dfrac{(a^2\sin^2\omega t + b^2\cos^2\omega t)^{3/2}}{a\,b}$

5- حركة متسارعة ⇐ $\gamma_T > 0$ (0,25) ، حركة M متباطئة ⇐ $\gamma_T < 0$ (0,25)

لما: $\gamma_T > 0 \Leftarrow \dfrac{\omega^2(a^2-b^2)}{\sqrt{a^2\sin^2\omega t + b^2\cos^2\omega t}} > 0$

(0,25) $\cos\omega t\cdot\sin\omega t > 0$

و $\gamma_T < 0$ لما:

(0,25) $\cos\omega t\sin\omega t < 0$

أو: $x\cdot y > 0 \Leftarrow \gamma_T > 0$

و $xy < 0 \Leftarrow \gamma_T < 0$

(0,5) فوق: $\widehat{AB}$ و $\widehat{CD}$ الحركة متسارعة ($\gamma_T > 0$)

(0,5) وفوق: $\widehat{BC}$ و $\widehat{DA}$ الحركة متباطئة ($\gamma_T < 0$).

أو عندما نجيب على الشكل (0,25 + 0,25 + 0,25 + 0,25)

$$\sin\theta\, d\theta = \frac{1}{Rg}\|\vec V\|\cdot d\|\vec V\| \Longleftarrow \boxed{\sin\theta \cdot d\theta = \frac{K}{g}\dot\theta \cdot d\dot\theta}$$

ا مال بين B و M : (0,25)

$$\boxed{1-\cos\theta} = \frac{V_M^2 - V_B^2}{2Rg} \Longleftarrow \int_0^{\theta}\sin\theta\, d\theta = \frac{1}{Rg}\int_{\|\vec V_B\|}^{\|\vec V\|}\|\vec V\|\cdot d\|\vec V\|$$ (0,25)

ثم بالتعويض في العلا

$$\boxed{\|\vec V_M\| = \sqrt{\|\vec V_B\|^2 + 2Rg(1-\cos\theta)}}$$ (0,25)

قيمة $\|\vec V_B\|$ السابقة نجد

$$\boxed{\|\vec V_M\| = \sqrt{3V_0^2 + 2Rg(1-\cos\theta)}}$$ (0,25)

نعوض في عبارة رد الفعل لنجد:

$$\boxed{N = m\left[3g\cos\theta - 2g - 3\frac{V_0^2}{R}\right]} \Longleftarrow \boxed{N = m\left[3g\cos\theta - 2g - \frac{\|\vec V_B\|^2}{R}\right.}$$ (0,25) (0,25)

: تفارق النقطة السطح الدائري عندما: $\boxed{N=0}$ (0,25)

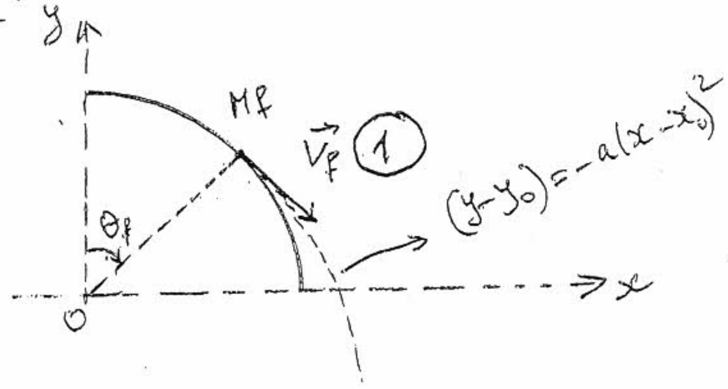
$$\boxed{\cos\theta_f = \frac{2}{3} + \frac{V_0^2}{Rg}} \Longleftarrow \boxed{3g\cos\theta - 2g - 3\frac{V_0^2}{R} = 0}$$ (0,25) (0,25)

عند النقطة $M_f$ : تصبح عبارة السرعة $V_f$

$$\boxed{\|\vec V_f\| = \sqrt{V_0^2 + \frac{2}{3}R.g}} \Longleftarrow \boxed{\|\vec V_f\| = \sqrt{3V_0^2 + 2Rg(1-\cos\theta_f)}}$$ (0,25) (0,25)

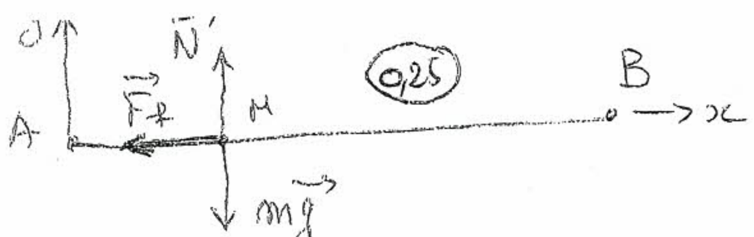
- بعد مفارقة المسلك الدائري تصبح حركة قذيفة بسرعة إبتدائية (0,5)
هي $\|\vec V_f\|$ ، ويكون المسار جزءاً من قطع مكافئ مقلوب محوره $\vec{Oy}$
، تكون معادلته من الشكل العام:

$$\boxed{(y - y_0) = -a(x - x_0)^2}$$ (0,5)



التمرين 02:

1- المسلك $\overline{AB}$:




- القوى المؤثرة: $m\vec{g}$، رد الفعل الناظمي $\vec{N}$ و الاحتكاك $\vec{F}_f$ (0,25)

نختار المحور $\vec{OX}$ حامل لـ $\vec{AB}$ والمحور $\vec{OY}$ عمودي على $\vec{AB}$

قانون نيوتن: $\boxed{m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_f = m\vec{\gamma}}$ (0,25) وبالإسقاط

على $\overline{OX}$: $-F_f = m\gamma_x$ (0,25) ، $\overline{OY}$: $N - mg = 0 \Leftarrow \boxed{N = mg}$ (0,25)

$\boxed{\gamma_x = -\frac{F_f}{m}}$ : التسارع ثابت وسالب والحركة مستقيمة متباطئة بانتظام وتكون معادلة الحركة (0,25)

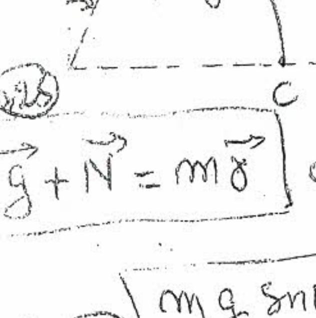
$\boxed{x = \frac{1}{2}\gamma_x t^2 + V_0 t + x_0}$ (0,25) $\boxed{1}$ و $\boxed{V_x = \gamma_x t + V_0}$ (0,25) $\boxed{2}$ و $\boxed{V_x^2 - V_0^2 = 2\gamma_x \Delta x}$ (0,25)

بتطبيق المعادلة (3) مع: $\underline{V_x(B) = 0}$ ، $\Delta x = \overline{AB} = L$ (0,25) نجد $\boxed{F_f = \frac{m V_0^2}{2L}}$ (0,5)

2- تبقى الحركة بنفس الطبيعة ولكن السرعة الابتدائية $2V_0$ فنجد (0,5)

$\boxed{V_B^2 - V_A^2 = 2\left(-\frac{F_f}{m}\right).L}$ (0,5) $\Leftarrow$ $\boxed{V_B = V_0\sqrt{3}}$ (1)

3- المسلك $\widehat{BC}$:




- القوى المؤثرة هي $m\vec{g}$ ورد الفعل الناظمي $\vec{N}$ (0,25)

المعلم المناسب هو إما الإحداثيات القطبية (0,25) والذاتية ($\vec{U}_N = -\vec{U}_\rho$) و ($\vec{U}_T = +\vec{U}_\theta$) (0,25) وقانون نيوتن $\boxed{m\vec{g} + \vec{N} = m\vec{\gamma}}$

بالإسقاط:

$\overline{U_N}$: $\boxed{1}$ $\boxed{mg\cos\theta - N = m\gamma_N}$ (0,25) $\overline{U_T}$: $\boxed{2}$ $\boxed{mg\sin\theta = m\gamma_T}$ (0,25)

مع: $\boxed{\gamma_N = \frac{\|\vec{V}\|^2}{R} \quad و \quad \gamma_T = \frac{d\|\vec{V}\|}{dt} \quad (0,25) \quad \|\vec{V}\| = R\frac{d\theta}{dt}}$

نعوض في $\boxed{2}$ $\Leftarrow$ $\boxed{g\sin\theta = R.\frac{d\dot{\theta}}{dt}}$ نضرب بـ $d\theta$ (0,25) $\Leftarrow$ $\boxed{\sin\theta.d\theta = \frac{R}{g}\frac{d\dot{\theta}}{dt}.d\theta}$ $\Leftarrow$